

EDUCAÇÃO EM PRISÕES: DESAFIOS E POSSIBILIDADES PARA A FORMAÇÃO CONCEITUAL EM NÍVEL TEÓRICO

EDUCATION IN PRISONS: CHALLENGES AND POSSIBILITIES FOR CONCEPTUAL TRAINING AT A THEORETICAL LEVEL

Recebido em: 05/03/2024

Reenviado em: 03/06/2025

Aceito em: 07/06/2025

Publicado em: 14/09/2025

Josélia Euzébio da Rosa¹ 

Universidade do Sul de Santa Catarina

Francisco Carneiro Braga² 

Universidade Estácio de Sá

Resumo: Como ensinar matemática para alunos privados de liberdade durante o distanciamento social devido à pandemia do coronavírus, SARS-CoV2? Esse desafio deu origem à pesquisa que visa investigar o movimento do pensamento matemático durante a formação do conhecimento sobre a relação multiplicidade. Para tanto, foi realizado um experimento didático investigativo com estudantes da Educação de Jovens e Adultos de uma penitenciária pública localizada no Sertão, Paraíba, Brasil. O experimento didático foi organizado com base na Teoria do Ensino em Desenvolvimento de Davidov e na Atividade Orientadora de Ensino de Moura. Devido à pandemia, não houve contato físico com os alunos. A comunicação foi realizada apenas por escrito, por meio de um caderno para cada aluno. As tarefas foram impressas em folha A4 e coladas nos cadernos. Os alunos pensaram coletivamente cada tarefa, e responderam individualmente em seus respectivos cadernos. A fonte de dados são as respostas manuscritas dos alunos. O processo de análise revelou evidências de conclusão dos procedimentos de abstração, generalização e formação conceitual em nível teórico.

Palavras-chave: Educação Matemática; Educação Prisional; Experiência Didática; Conhecimento Teórico; Relação de Multiplicidade.

Abstract: How teaching mathematics to freedom deprivation students in social distance due to the coronavirus pandemic, SARS-CoV2? This challenge originates the research which aims at investigating the mathematical thinking movement during theoretical knowledge formation regarding multiplicity relation. Thereunto, an investigative didactic experiment was performed with Youth and Adult Education students in a public prison located in Sertão, state of Paraíba, Brazil. Didactic experiment was organized based on Developing Teaching Theory by Davidov and on the Teaching Guiding Activity by Moura. Due to the pandemic, there was no physical contact with the students. Communication was only by written way, using a notebook for each student. Tasks were printed on A4 sheet and pasted in the notebooks. Students thought collectively for each task, and they reported it dividually by handwriting on their notebooks. Data source is the students' answers. The analysis process revealed evidence of completion of abstraction procedures, generalization, and conceptual formation in theoretical level.

Keywords: Mathematics Education; Prison Education; Didactic Experiment; Theoretical Knowledge; Multiplicity Relationship.

¹ Professora Doutora do Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade do Sul de Santa Catarina. E-mail: joselia.euzebio@yahoo.com.br

² Doutorando do Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estácio de Sá (bolsista CAPES). E-mail: franciscocarneirob@hotmail.com

INTRODUÇÃO

No presente artigo apresentamos e analisamos o movimento de pensamento de estudantes brasileiros privados de liberdade, durante a formação do conhecimento referente à relação de multiplicidade na unidade entre abstração, generalização e formação conceitual, no movimento de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto (Eriksson; Eriksson, 2020).

Concreto e abstrato são categorias importantes tanto para a lógica formal tradicional quanto para a lógica dialética, tanto para formar conhecimentos empíricos quanto científicos (Davýdov, 1982). O pensamento que se realiza com ajuda das abstrações e generalizações de caráter lógico-formal leva a formação dos conceitos empíricos (Venencian *et al.*, 2021).

Em superação à lógica formal, o pensamento que se realiza com ajuda das abstrações e generalizações sustentadas na lógica dialética favorece a formação do pensamento teórico nos estudantes (Coles, 2021). O pensamento que se realiza a luz da lógica dialética percorre abstrações substanciais, generalizações substanciais e conceitos teóricos.

A tarefa do pensamento teórico consiste em apreender toda representação em movimento. Neste tipo de pensamento, os dados sensoriais só são importantes se forem considerados em desenvolvimento. Portanto, o pensamento teórico supera o pensamento empírico, uma vez que este último se limita às propriedades externas dos objetos, tomando a aparência por essência.

No pensamento teórico, a passagem do sensorial concreto ao abstrato não nos distancia do mundo concreto, ao contrário, nos cerca dele no sentido que passamos a conhecê-lo mais profundamente, em sua essência. Só a revelação da essência dos fenômenos, por meio de abstrações, possibilita-nos conhecer o que estes têm de concreto (Davídov, 1982).

Mas como conduzir, no ensino, os movimentos de redução e ascensão correspondentes ao pensamento teórico? A fim de investigar a formação do pensamento teórico nos estudantes, Davídov e Elkonin, ao final da década de 1950 na União Soviética, lideraram o processo de sistematização da Teoria do Ensino Desenvolvimental (Davídov, 1988). E no Brasil, na década de 1990, o professor Manoel Oriosvaldo de Moura sistematizou a Atividade Orientadora de Ensino, a partir da estrutura de atividade proposta por Leontiev (Bernardes; Moura, 2001).

A Atividade Orientadora de Ensino configura-se como uma base teórico-metodológica para o desenvolvimento do pensamento teórico, tanto para quem ensina quanto para quem aprende (Moura, 2024; Silva *et al.*, 2025). Moura *et al.* (2010) propõem que a Atividade

Orientadora de Ensino seja compreendida como uma unidade entre a atividade de ensino, realizada pelo professor e a atividade de estudo dos estudantes.

Tanto no contexto da Teoria do Ensino Desenvolvidor quanto na Atividade Orientadora de Ensino, são propostas possibilidades de superação aos diferentes modos de organização de ensino sustentados nos fundamentos da lógica formal tradicional, que ignoram ou subestimam o lugar do sujeito e seu desenvolvimento, que focam na transmissão de conteúdos prontos (Niero; Rosa, 2025).

A luz da lógica dialética, o conteúdo da Atividade de Estudo é conhecimento teórico. Nesta perspectiva, o ensino visa à potencialização máxima da capacidade de cada estudante, de modo que seu pensamento individual represente o funcionamento da atividade historicamente elaborada a partir do desenvolvimento de tarefas de estudo.

Durante o desenvolvimento de cada tarefa de estudo, os estudantes desenvolvem ações de estudo que foram inerentes ao processo real de criação e desenvolvimento dos conceitos. Tais ações reproduzem, abreviadamente, a unidade do lógico e do histórico no desenvolvimento da cultura humana. Cada ação de estudo é desenvolvida por meio da realização de um sistema de tarefas particulares.

Na presente investigação, definimos a tarefa de estudo referente a introdução dos estudantes na esfera da relação entre grandezas (Venkat; Askew; Morrison, 2020) referente a formação da compreensão sobre a relação de multiplicidade. Essa tarefa de estudo foi desenvolvida a partir de uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem. Durante a resolução do problema desencadeador, percorremos as quatro ações de estudo davidovianas nos caminhos de redução do concreto ao abstrato (primeira e segunda ações) e ascensão do abstrato ao concreto (terceira e quarta ações).

A articulação entre a Teoria do Ensino Desenvolvidor e a Atividade Orientadora de Ensino possibilita que os sujeitos entrem em atividade de estudo a partir de situações desencadeadoras de aprendizagem (Rosa; Becker, 2021).

Na Situação Desencadeadora de Aprendizagem propõe-se “um problema capaz de mobilizar o indivíduo ou o coletivo para solucioná-lo. Essa consciência do problema é que permite a entrada do sujeito em atividade de estudo, que exige dele ações coordenadas rumo ao objetivo conscientizado” (Moura; Araujo; Serrão, 2019, p. 422).

Dentre as possibilidades de desencadear a aprendizagem, optamos, na presente pesquisa de natureza experimental, como elemento metodológico, pela história virtual do conceito. De acordo com Moura, Araujo e Serrão (2019) uma história é considerada virtual quando apresenta

problemas semelhantes àqueles vividos historicamente pelos seres humanos em suas buscas incessantes por aprimorar os meios de trabalho ou compreender os fenômenos da natureza.

O essencial na história virtual do conceito é a possibilidade de reconstituição do movimento de geração e desenvolvimento dos conhecimentos. Ou seja, o processo histórico real de geração e desenvolvimento dos conhecimentos é reconstituído virtualmente no contexto da Situação Desencadeadora de Aprendizagem do tipo História Virtual do Conceito.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Na presente pesquisa, optamos pela História Virtual do Conceito por entendermos que seu problema desencadeador possibilita a realização do procedimento de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato a concreto, no processo de formação do conhecimento, por meio dos processos de abstração, generalização e formação conceitual.

O núcleo em torno do qual conduzimos os processos de abstração, generalização e formação conceitual consiste na relação de multiplicidade, na unidade das significações aritméticas, geométricas e algébricas.

Ao elaborarmos o enredo da História Virtual do Conceito, optamos por sujeitos fictícios, aos quais denominamos de João e Antônio. O enredo foi inspirado na Lei de Execução Penal – LEP (Brasil, 1984) e no movimento de geração e desenvolvimento da tabuada a partir da necessidade geral vivenciada historicamente pela humanidade de controle da variação entre grandezas de natureza contínua.

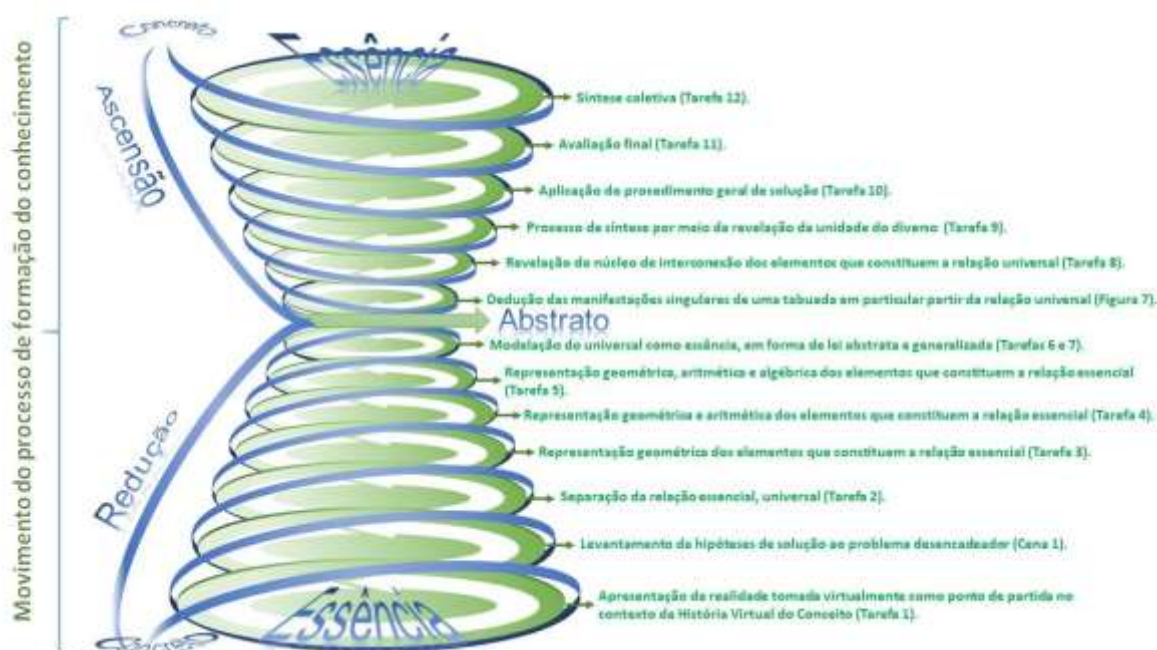
Posteriormente sistematizamos as tarefas particulares, correspondentes a cada uma das ações de estudo. Na sequência, as desenvolvemos com estudantes privados de liberdade, em uma cadeia pública brasileira localizada no sertão paraibano, por meio de um experimento didático desenvolvimental. Tanto o diretor da cadeia quanto a gestora da escola da rede estadual na qual os estudantes estão matriculados autorizaram a realização do experimento.

Quatro estudantes aceitaram participar da pesquisa. É importante destacar que a participação foi voluntária e não houve seleção prévia por parte dos pesquisadores. A decisão de participar ou não foi exclusiva dos estudantes matriculados. Com o objetivo de preservar a identidade dos participantes, solicitamos que escolhessem um nome fictício no momento da assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). Os pseudônimos escolhidos foram: João Victor (27 anos), Rafael (23 anos), Daniel (32 anos) e Caik (37 anos). Os estudantes colaboradores da pesquisa tinham recém-concluído o quinto, oitavo e nono ano

do Ensino Fundamental e primeiro ano do Ensino Médio, respectivamente. Todos são estudantes da modalidade EJA no sistema prisional.

Para conduzir o processo de busca de solução ao problema desencadeador, tomamos como ponto de partida o procedimento geral de solução, válido não apenas para o contexto da Situação Desencadeadora que elaboramos, mas para qualquer caso do mesmo tipo. Desse modo, seguimos o movimento do geral para o particular, por meio do procedimento de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto, conforme a Figura 1 a seguir.

Figura 1 - Movimento do processo de formação do conhecimento percorrido.



Fonte: Elaboração nossa (2021).

Desenvolvemos o experimento didático por meio de uma tarefa de estudo/Situação Desencadeadora de Aprendizagem composta por quatro ações de estudo executadas por um sistema de tarefas particulares permeadas pelas ações de controle e avaliação. Devido à pandemia de COVID-19, causada pelo coronavírus SARS-CoV-2, não tivemos contato físico com os estudantes. A comunicação entre professor/pesquisador e colaboradores da pesquisa foi realizada apenas na forma escrita. Para atender a essa necessidade, fornecemos um caderno para cada estudante. As tarefas foram impressas em uma folha A4 e coladas nos cadernos. A fonte de dados de pesquisa consiste nas respostas dos estudantes às tarefas particulares, na forma manuscrita em seus respectivos cadernos. As respostas dos estudantes refletem o processo de pensamento que desenvolveram ao longo do experimento.

O experimento didático foi realizado durante o período de férias escolares dos colaboradores, ao longo de 19 dias, entre 8 de janeiro e 10 de fevereiro de 2021. Precisávamos concluir o experimento até o dia 10 de fevereiro, pois o diretor entraria em férias no dia seguinte e havia estabelecido que a pesquisa só poderia ser realizada em sua presença. Diariamente, de segunda a sexta-feira, entregávamos as tarefas às 8h e as recolhíamos às 16h. Não tínhamos contato direto com os estudantes. O diretor da instituição designou uma pessoa responsável por receber e entregar os cadernos diariamente. Com base nas respostas dos estudantes, elaborávamos a próxima tarefa, que era enviada no dia seguinte. Dessa forma, por meio da ação avaliativa, avaliamos o processo de formação do conhecimento dos estudantes ao longo de todo o processo.

Embora as reflexões sobre a solução de cada tarefa fossem realizadas coletivamente pelos colaboradores da pesquisa, solicitamos que registrassem individualmente, em seus cadernos, a síntese das discussões coletivas. Em consonância com o método de pesquisa adotado, o materialismo histórico-dialético, integramos o referencial teórico, os dados e a análise, uma vez que o método preconiza a unidade e a interconexão desses elementos. Durante a análise, selecionamos tarefas cujas respostas refletem a totalidade do processo de pensamento dos estudantes.

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

A seguir, detalhamos a concretização dos fundamentos teóricos anteriormente apresentados, por meio do desenvolvimento de quatro ações de estudo cuidadosamente planejadas e executadas. Nesta seção, apresentamos a operacionalização detalhada de cada ação, de modo a ilustrar como os fundamentos teóricos foram postos em movimento.

PRIMEIRA AÇÃO DE ESTUDO: REVELAÇÃO DOS DADOS QUE COMPÕEM A RELAÇÃO ESSENCIAL DA TABUADA A PARTIR DO ESTUDO COM A GRANDEZA TEMPO

O ponto de partida para a formação do conhecimento teórico, ou seja, para a formação da generalização, em unidade com os processos de abstração e formação conceitual, consiste na realidade. Na especificidade da Matemática básica, os elementos da realidade que são reproduzidos na lógica de conceitos são as grandezas e as formas concretamente dadas.

A primeira ação de estudo tem por finalidade revelar a relação universal que subsidia a formação do procedimento geral de solução ao problema da Situação Desencadeadora de

Aprendizagem. A relação essencial, revelada na primeira ação de estudo, atua como base genética, como fonte do conhecimento.

Iniciamos o desenvolvimento da primeira ação de estudo com a primeira tarefa particular. Esta consistia na leitura da História Virtual do Conceito, enviada impressa em uma folha A4, colada nos cadernos (Tarefa 1):

Tarefa 1 – História Virtual do Conceito

João e Antônio começaram a cumprir pena no início de 2021 em uma cadeia brasileira. Ambos foram matriculados na EJA. Porém, estão em dúvidas sobre quais benefícios essas aulas poderiam lhes trazer.

A direção da escola informou-lhes que são dois benefícios importantes. Primeiro: o conhecimento escolar, quando compreendido em sua essência, possibilita que o ser humano tome consciência da estrutura social vigente, do lugar que ele ocupa na sociedade e da necessidade de sua transformação deflagrada pelas camadas sociais menos favorecidas. Segundo: além do conhecimento a ser adquirido durante as aulas, cada três dias de aula equivalem a um dia a menos de pena.

João e Antônio consideraram de extrema importância a possibilidade de serem corresponsáveis pelo projeto de transformação da sociedade, queriam começar ali mesmo, durante o cumprimento da pena. Por tal razão, decidiram frequentar as aulas.

Além disso, questionaram-se: a cada três dias de aulas equivale um dia a menos de pena, quantos dias a menos de pena teremos se assistirmos a todas as aulas?

Porém, João e Antônio não sabem como fazer esse cálculo. Escreva uma carta aos dois amigos, explicando-lhes como se faz para calcular quantos dias a menos de pena terão por assistirem às aulas.

Fonte: Elaboração nossa (2021).

A História Virtual do Conceito é finalizada com a solicitação da escrita de uma carta-resposta. Diante dos limites de comunicação com os estudantes, contemplamos de forma mais explícita no enredo os dados do problema: a cada três dias de aulas equivale um dia a menos de pena. Essa informação poderia estar oculta e ser levantada junto aos estudantes se a comunicação fosse realizada em tempo real, ou se tivéssemos mais tempo para desenvolver o experimento. A opção pela carta-resposta também se deu em função da forma de comunicação utilizada.

O problema desencadeador que consistia em fio condutor das reflexões e que estava implícito na solicitação da escrita da carta-resposta era: como João e Antônio podem proceder para calcular quantos dias a menos de pena terão por assistirem às aulas? O enredo da história de João e Antônio reproduz virtualmente uma situação da realidade objetiva, a necessidade de controle da relação entre grandezas de mesma natureza (grandeza tempo).

A resolução de um problema desencadeador em nível teórico implica a revelação (abstração) da relação geneticamente inicial do procedimento geral de solução, a partir da relação entre grandezas (dias de aulas assistidos e dias de remissão na pena), ao mesmo tempo, implica também a revelação de como esta relação se manifesta na solução do problema, independentemente do número singular de aulas assistidas.

Esse é um momento primordial no desenvolvimento do experimento, pois só será possível desencadear o processo de formação do conhecimento se a necessidade humana subjacente ao problema desencadeador for compreendida (Rosa; Antunes, 2021). Em outras palavras, a compreensão do problema desencadeador passa pela compreensão da necessidade dos personagens e da revelação da relação entre grandezas que subsidia a satisfação desta necessidade.

A fim de levantarmos algumas hipóteses de solução, solicitamos aos estudantes que respondessem à carta aos personagens da História Virtual. As hipóteses possibilitaram que averiguássemos o estágio inicial de desenvolvimento dos estudantes em relação à formação do procedimento geral de solução do problema desencadeador e, conseqüentemente, determinássemos o caminho a ser percorrido nas tarefas seguintes. Nesse primeiro momento as respostas expressaram diferentes níveis de formação, conforme seguem:

Primeira carta-resposta

João Victor: *Bom dia, João e Antônio, para saber quantos dias a menos de pena teremos se assistirmos a todas as aulas, eu preciso ter mais informações.*

Rafael: *Oi, amigos João e Antônio. A princípio acho que esse seu problema vai ajudar muitos de nós quando resolvido, pois é uma dúvida que todos nós temos diariamente. Acho que vocês podem multiplicar o número de dias de aulas pelo desconto que vão conseguir ao assistir a essas aulas. Espero ter ajudado. Quando souber a resposta, avise.*

Daniel: *Bom dia, João e Antônio. Para ajudá-los a resolver essa situação sugiro que vocês pensem as seguintes coisas: o número de dias de aula assistidos tem uma relação direta com o desconto de dias na pena, acho que com esses dados vocês conseguirão chegar ao cálculo ou à maneira que seja válida para todos. Atenciosamente! Daniel.*

Caiik: *Bom dia, João e Antônio. Esse seu problema é nosso também, acredito que sabendo o número de aulas dá para solucionar o problema.*

Fonte: Acervo do TedMat (2021).

As respostas correspondentes à primeira carta-resposta expressam o conhecimento que os estudantes formaram espontaneamente sobre o problema vivenciado em seu cotidiano. Portanto, teremos um longo processo para chegar à formação do conceito teórico da relação de multiplicidade a partir da revelação da interconexão de seus elementos. A fim de orientar o pensamento dos estudantes em direção à identificação dos elementos que compõem o procedimento geral de solução que dão origem à essência, enviamos a seguinte tarefa (Tarefa 2):

Tarefa 2 – Separação da relação essencial (relação universal)

Quais informações serão necessárias para o cálculo do desconto que João e Antônio obterão na pena ao assistirem às aulas?

Fonte: Elaboração nossa (2021).

No retorno à tarefa 2, os estudantes responderam que seria a relação entre a quantidade de dias de aulas assistidos em relação à quantidade de dias de remissão da pena. Ou seja, apresentaram os elementos que compõem o núcleo do procedimento geral de solução.

Afinal, em que de fato consiste na relação entre os elementos revelados pelos estudantes? Quais passagens seriam possíveis? Como eles estão internamente conectados? Trata-se de uma relação fixa? Ou pode ser colocada em movimento? Essas questões nortearam o modo de organização do ensino, por meio do processo de elaboração das tarefas, para orientar o pensamento dos estudantes em direção a solução do problema em análise.

SEGUNDA AÇÃO DE ESTUDO: MODELAÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE OS ELEMENTOS QUE COMPÕEM A ESSÊNCIA NAS FORMAS GRÁFICA E LITERAL

Do mundo real extraímos os elementos da relação essencial que será modelada na segunda ação de estudo. A relação concreta entre a quantidade de dias de aulas assistidos e a quantidade de dias de remissão da pena será fixada por meio de modelos nesta segunda ação.

No processo de modelação ocorrem sucessivas abstrações, inicialmente na forma gráfica e depois na forma literal. A modelação gráfica está relacionada ao caráter visual. Porém, os modelos gráficos, sensorialmente dados aos órgãos dos sentidos, refletem as conexões internas do procedimento geral de solução do problema desencadeador. Só após a modelação gráfica é que se atinge a modelação literal.

Os modelos na forma gráfica, constituídos por segmentos, arcos, retas, entre outros, são elementos mediadores entre o mundo real e o plano mental. É importante ressaltar que nosso objetivo de ensino não era que os estudantes aprendessem a resolver o problema da redução de pena, mas desencadear o processo de formação do conhecimento matemático referente à relação de multiplicidade, em nível teórico, a partir do referido problema. Nesse sentido, prosseguimos em direção ao processo de abstração.

Mas, como conduzir esse processo de abstração a distância? Como introduzir os modelos gráficos e literal a distância? Deveríamos enviar os modelos prontos e explicar seu significado? Realizar o movimento de construção com os estudantes? E quanto ao tempo? Seria possível reconstituir o movimento lógico-histórico subjacente às ações de estudo dos poucos dias que tínhamos disponíveis? Vale lembrar que o único meio de comunicação que tínhamos para subsidiar o processo de modelação era na forma escrita. Como a introdução das significações geométricas, algébricas e aritméticas subsidiaria o processo de modelação (abstração) da relação essencial? Iniciamos com a introdução de elementos geométricos como linha reta, ponto e segmento de reta na terceira tarefa (Figura 2):

Figura 2 - Introdução das significações geométricas.

Para realizar essa tarefa peça, inicialmente, que desenhe uma linha reta logo abaixo e responda: **É possível fazer esta linha sem algum instrumento para auxiliá-los?** Caso a linha fique torta, sugiro que apague e utilize a régua. Lembrando que, essa linha reta que você fará, é considerada uma figura com uma só dimensão.

Não é possível; pois não fica total reta.



Agora, marque na reta abaixo, o resultado que expressa a resposta para o seguinte caso: **Quando não foi estudado nenhum dia, ou seja, não houve nenhum desconto na pena, qual número devemos utilizar para representar?**



Nesta etapa, você deverá, com auxílio da régua, **desenhar uma linha reta e marque nela dois pontos**, além disso, **destaque com lápis de outra cor a parte da reta que fica entre ambos os pontos**. Lembre-se: A parte em destaque, ou seja, que fica entre os dois pontos chamamos de segmento.



Por fim, me responda: **O quanto a linha que você desenhou pode ser estendida? Ela tem fim ou não? Justifique sua resposta.**

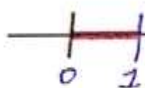
Ela é infinita; posso fazer a linha de tamanho que quiser.

Fonte: Acervo do TedMat (2021).

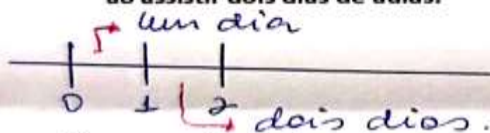
Na tarefa anterior (Figura 2) constam as respostas do estudante Rafael, a título de ilustração das demais respostas referentes à introdução do contexto geométrico do conceito de número e da noção de infinito. De posse da introdução do contexto matemático do conceito de número, fazia-se necessária a inclusão, na quarta tarefa, da significação aritmética desse número (Figura 3):

Figura 3 - Introdução das significações aritméticas.

A) Represente na reta abaixo o segmento que representa o número correspondente ao assistir um dia de aulas.



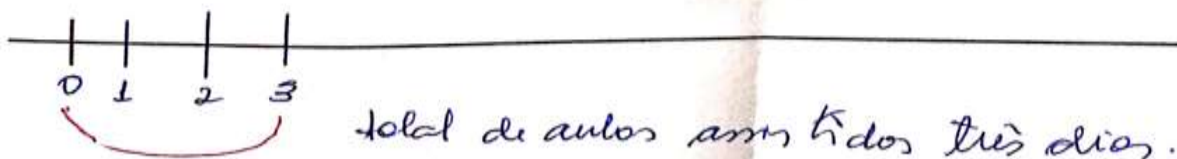
B) Com auxílio da régua, desenhe o segmento que representa o número correspondente ao assistir dois dias de aulas.



C) com auxílio da régua, desenhe o segmento que representa o número correspondente ao assistir três dias de aulas.



D) Represente na reta abaixo o segmento que representa os números correspondentes ao assistir um dia de aulas, ao assistir dois dias de aulas e ao assistir três dias de aulas.



Fonte: Acervo do TedMat (2021).

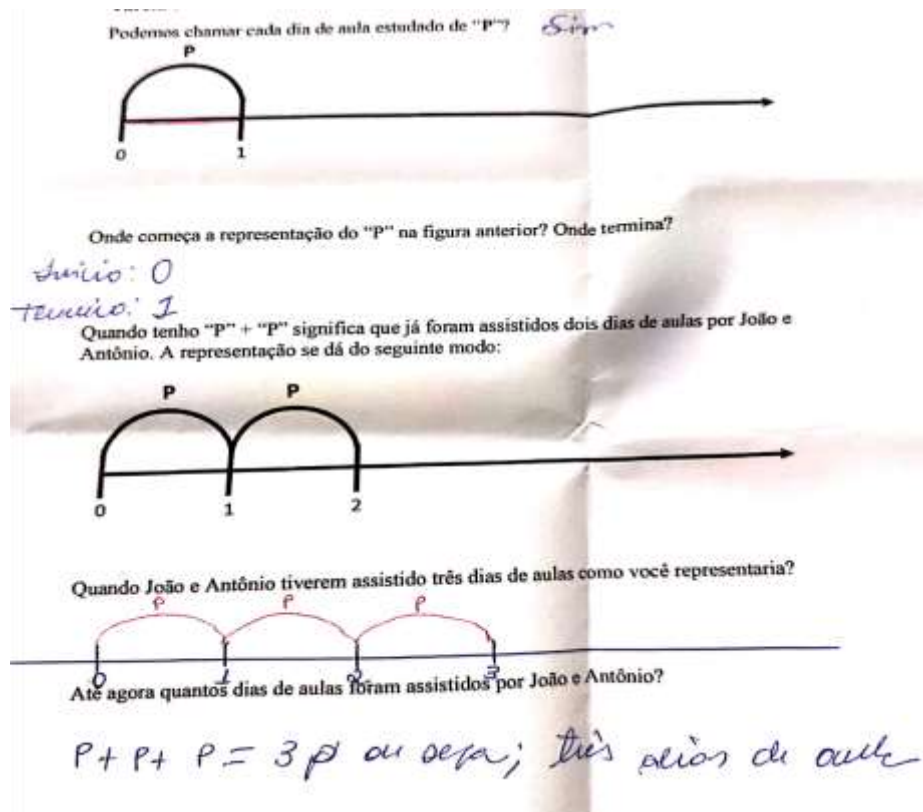
Na tarefa anterior (Figura 3), o colaborador Daniel registrou a representação dos dias de aulas assistidas, iniciando a representação a partir do zero (0), quando não havia assistido às aulas em nenhum dia, posteriormente registrou o número 1, referente a um dia de aula assistida, e assim sucessivamente, até completar o terceiro dia de aula assistida. No item D, da tarefa 4 (Figura 3), por meio do arco, o colaborador representou três dias de aulas assistidas.

As respostas apresentadas por Daniel introduzem os números enquanto reflexo das relações entre o concreto real, ou seja, dias de aulas assistidas. Neste contexto, os números não aparecem discretamente e independentes uns dos outros, mas relacionados entre si. Por exemplo, o número dois tem um lugar específico na reta numérica, antes do número três e depois do número um. O segundo dia de aula assistida começa a ser representado no ponto que termina a representação do primeiro dia de aula, trata-se do caráter contínuo da grandeza tempo encarnado na reta numérica.

A tarefa em análise também propiciou o surgimento do arco, a partir da necessidade de Daniel em comunicar o total de três dias de aulas assistidas. Com a criação do arco, até o momento introduzimos as significações geométricas e aritméticas. No entanto, o estágio mais

atual de abstração em Matemática requer a modelação literal, com a introdução das letras (incógnitas e variáveis). Estas possibilitam a redução da realidade concreta à sua expressão abstrata e subsidia a assimilação teórica do mundo. Mas, como avançar no processo de abstração e revelar as significações algébricas na modalidade de ensino que estávamos desenvolvendo sem cairmos no método de exposição do modelo em sua forma pronta? Enfrentamos esse desafio na quinta tarefa (Figura 4).

Figura 4 - Introdução das significações algébricas.



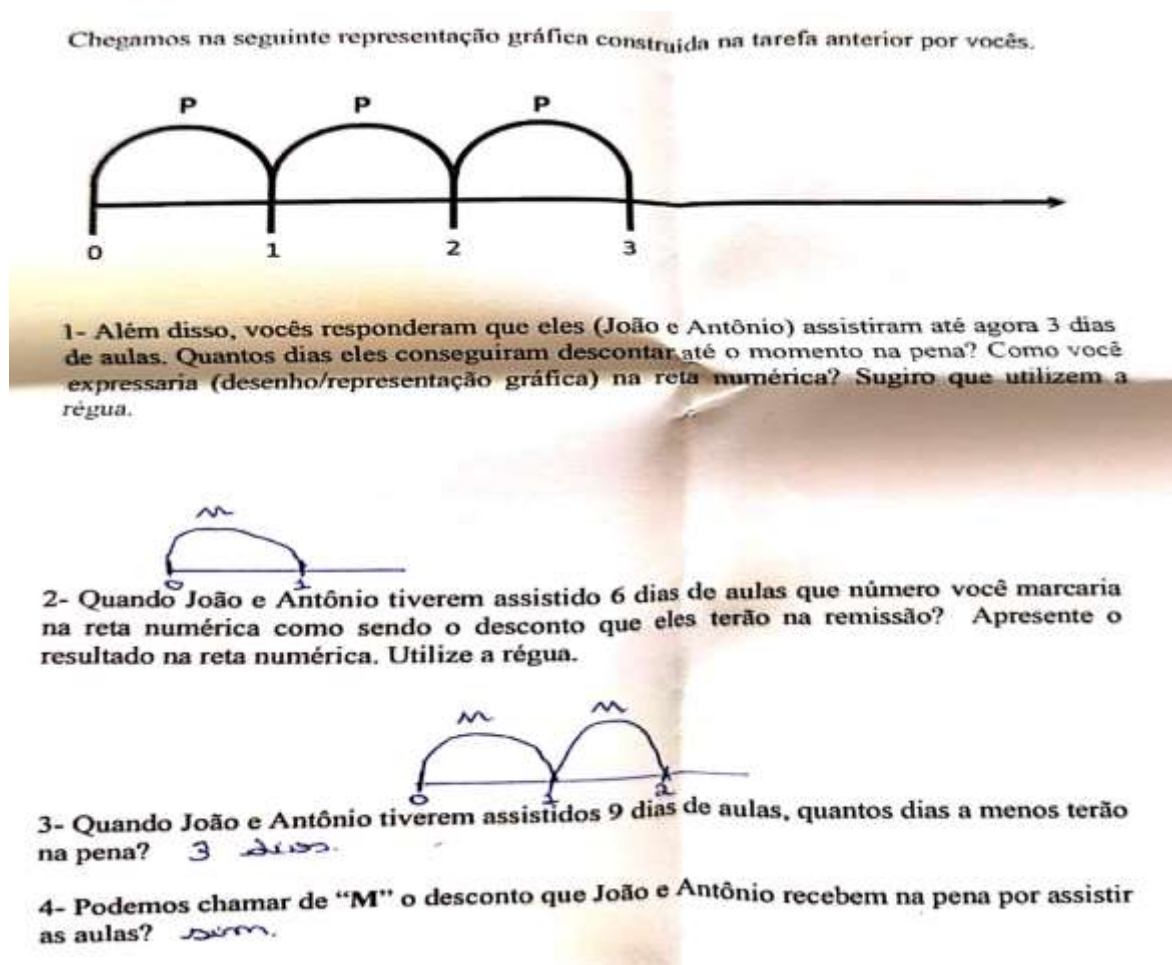
Fonte: Acervo do TedMat (2021).

Na tarefa 5 (Figura 4), Daniel revela indícios da essência da relação de multiplicidade ao escrever que $p + p + p = 3p$. Qual seria a próxima passagem agora? Como a próxima tarefa poderia dar continuidade ao movimento realizado até aqui? Em outras palavras, como reproduzir teoricamente a relação essencial revelada na primeira ação de estudo por meio de signos?

Diante da orientação de Davídov (1988), entendemos que o núcleo condutor de todo o processo consiste na conexão interna, na conexão entre os elementos que constituem a relação essencial. Pois é esta conexão que possibilita a revelação das inter-relações que geram o conhecimento em formação.

Daniel conclui a tarefa 5 (Figura 4) com a seguinte afirmação: $p + p + p = 3p$. Mas, o que significa $3p$ na relação essencial em análise? Ou, em outras palavras, o que significa $3p$ no procedimento geral de solução ao problema desencadeador em análise? A resposta para esse último questionamento ocorreu na sexta tarefa por meio do seguinte movimento (Figura 5).

Figura 5 - Abstração da interconexão dos elementos que constituem a relação essencial.

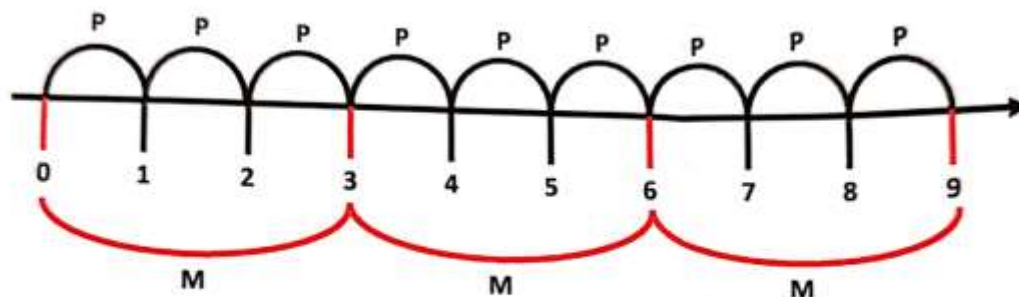


Fonte: Acervo do TedMat (2021).

A partir da sexta tarefa (Figura 5) temos a representação abstrata de um dia a menos na pena (m). Isso significa que cada m representado na reta por João Vitor equivale a três dias de aulas assistidas. Portanto, houve uma transição de dias de aulas assistidas (3) para a quantidade de remissão da pena a partir de interconexão destas duas quantidades. Com base nessa mesma interconexão, na sétima tarefa será revelado um terceiro elemento da relação geneticamente inicial (Figura 6).

Figura 6 - Abstração da interconexão dos elementos que constituem a relação essencial.

1- Com base nas respostas de vocês chegamos na seguinte representação:



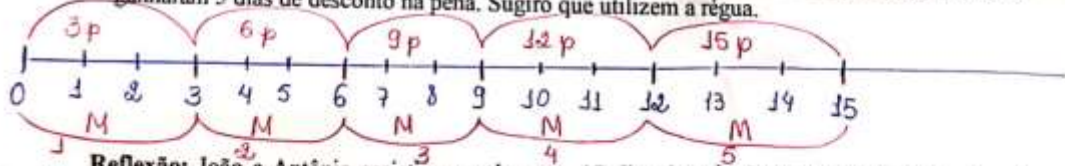
A) Quantos dias de aula João e Antônio assistiram?

9 dias.

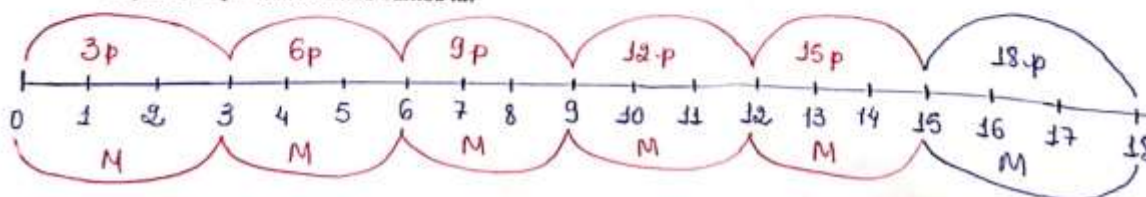
B) Quantos dias eles ganharam de desconto por assistir as aulas?

3 dias ou pena $M + M + M$

C) Represente na reta numérica o número de dias de aulas assistidas sabendo que João e Antônio ganharam 5 dias de desconto na pena. Sugiro que utilizem a régua.



Reflexão: João e Antônio assistiram, até agora, 17 dias de aula. Logo, segundo João, eles já ganharam 6 dias de desconto nas suas penas. A partir disso, Antônio ficou em dúvida se João está certo ou não. Você poderia responder essa questão e nos explicar como você chegou à resposta, o que acha? Então vamos lá!



Fonte: Acervo do TedMat (2021).

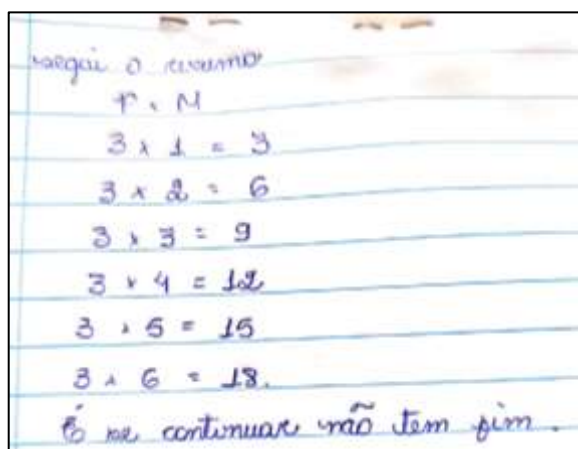
No item C da tarefa 7 (Figura 6), os estudantes concluíram o processo de abstração (separação) da relação geneticamente inicial do procedimento geral de solução. Porém, neste estágio do processo, a abstração ainda tem caráter singular, mais especificamente, trata-se da seguinte relação: $3 \times 5 = 15$. No modelo gráfico (item C, tarefa 7), os arcos acima da reta representam os agrupamentos compostos por três unidades cada ($3p$) e os arcos abaixo representam o número de dias de remissão da pena (m). O último número consiste no total de aulas assistidas (18).

O mesmo ocorre no item D (Figura 6). A relação singular fixada no modelo gráfico consiste em: $3 \times 6 = 18$. No entanto, este item contempla a ação de controle. A principal função desta ação é assegurar se o estudante já domina o que foi desenvolvido até então. Para tanto, propõe-se uma tarefa incorreta. Os estudantes, ao identificarem a causa do erro, indicam a possibilidade de continuidade no processo de formação do conhecimento (Davidov, 1988).

Ao justificar sua compreensão no item D, da tarefa 7, Rafael escreveu o seguinte: “João está errado. A partir da representação acima [reta numérica], constatei que falta um dia de aulas assistidas, para assim conseguir ganhar mais um dia, para conseguir o desconto de seis dias no total”. É importante observar que Rafael recorreu à reta numérica para subsidiar sua resposta. Ele expressa na reta numérica as relações essenciais da realidade vivenciada por João e Antônio, e por eles também, a partir da LEP. Em outras palavras, naquele estágio de desenvolvimento do experimento, os estudantes ainda necessitavam da reta numérica como fonte sensorial de reflexo da realidade.

Portanto, como sabermos se o pensamento de Rafael abarca o movimento da essência em sua totalidade ou se se limita ao exemplo singular abstraído no modelo gráfico (reta numérica)? Entendemos que na continuidade de sua explicação para o item D da tarefa 7 o estudante dá indícios de que seu pensamento abarca a representação da reta numérica em movimento e que alcança um desenvolvimento inacessível à representação, em direção ao infinito, conforme seque (Figura 7):

Figura 7 - Revelação do universal como essência em forma de lei.



Fonte: Acervo do TedMat (2021).

Nos exemplos anteriores, a letra p representava a unidade básica ($p = 1$, ou seja, um dia de aula assistida). Agora (Figura 7), Rafael utilizou a letra p para representar o valor da unidade intermediária ($p = 3$, ou seja, 3 dias de aulas assistidas), fixada no modelo gráfico pelos arcos registrados acima da reta (três dias de aulas assistidas), m para representar o número de dias de remissão na pena, e, como resultado, o total de dias de aulas assistidas. Conforme veremos na terceira ação de estudo, os estudantes representaram o total (3, 6, 9 ...) com a letra t .

Assim, o modelo literal consiste em: $p \times m = t$. Esta é a relação essencial, a base genética do procedimento geral de solução. Este modelo abstrato expressa a conexão geneticamente

inicial que está na base do concreto como fonte a partir do qual todo o conhecimento se origina. Trata-se de uma abstração substancial que reflete a conexão real entre dias de aula e dias de remissão da pena, dada em forma sensório-contemplativa aos estudantes e determinada pela LEP.

Em que momento os estudantes colaboradores da pesquisa iniciaram o processo de abstração? O processo de abstração teve início na primeira tarefa, quando enviamos aos estudantes a História Virtual do Conceito. A necessidade vivenciada pelos personagens da história é compartilhada pelos colaboradores da presente pesquisa. A fim de satisfazer tal necessidade: saber como se faz para calcular quantos dias a menos de pena os privados de liberdade terão ao assistirem às aulas. É importante reafirmar que não se trata de dar uma resposta numérica do tipo “serão tantos dias a menos”. A resolução de um problema, com potencial para desencadear a aprendizagem em nível teórico, passa pela busca do procedimento geral de solução e este coincide com o procedimento geral de construção mental dos objetos de conhecimento.

Os estudantes iniciaram o processo de abstração ao separarem a relação genética do procedimento geral de solução, na primeira carta-resposta (Tarefa 1), conforme explica Daniel: “[...] sugiro que vocês pensem as seguintes coisas: o número de dias de aula assistidas tem uma relação direta com o desconto de dias na pena. Acho que com esses dados, vocês conseguirão chegar ao cálculo ou maneira que seja válida para todos”. Na sequência houve continuidade no processo abstrativo por meio de abstrações sucessivas em direção à formação do concreto.

No início da segunda ação, os estudantes fixaram a relação essencial, inicialmente na forma singular, por meio de elementos geométricos, aritméticos e algébricos e, finalmente, na forma generalizada ($p \times m = t$). Ou seja, generalizaram a abstração substancial.

Abstração e generalização são dois aspectos do mesmo processo. A redução das abstrações singulares ($3 \times 5 = 15$ e $3 \times 6 = 18$) a uma única expressão, abreviada, abstrata, de caráter universal ($p \times m = t$), foi realizada por meio da generalização substancial que consiste “na redução dos diversos fenômenos a sua base única” (Davídov, 1988, p. 152).

Desse modo, com a tarefa 7 finalizamos o processo de redução dos tipos singulares de situações vivenciadas por João e Antônio à forma universal do procedimento geral de solução. O modelo $p \times m = t$ fixa o universal como essência em forma de lei. Durante o processo de análise de situações particulares vivenciadas pelos personagens da História Virtual do Conceito, o estudante chegou à abstração por meio da separação da relação de caráter universal, da base genética do procedimento geral de solução.

Portanto, há indícios que Rafael, juntamente com seus colegas, realizou uma análise teórica que culminou com a abstração e a generalização do tipo substancial. Por meio da reta numérica, Rafael e seus colegas realizaram a abstração da relação essencial na forma singular. Esta modelação gráfica se constituiu em meio para que os estudantes atingissem a abstração máxima por meio de letras. A reta numérica, enquanto modelação visual, reflete as vinculações internas dos elementos que constituem a relação essencial extraídas da realidade: unidade de medida intermediária (p), quantidade de vezes que a unidade de medida intermediária se repete (m) e total de unidades básicas (t). As letras p , m e t refletem de forma abstrata e geral a relação abstraída (separada) do concreto real ponto de partida (relação da quantidade de dias de aulas assistidas com a de dias de remissão na pena). A relação universal $p \times m = t$ fixa a relação real entre dias de aulas assistidas e dias de remissão na pena.

Por meio dos processos de abstração e generalização ocorre a redução dos diversos fenômenos à sua base única. Neste momento é importante questionar: com os processos de abstração e generalização, concluímos a formação do conceito? Ainda não, pois, “se o pensamento se encerra em abstrações, deixa de ser meio de conhecimento da realidade, transformando-se em instrumento para distanciar-se dela” (Kopnin, 1978, p. 157).

A redução do concreto ao abstrato é um momento subordinado, como meio, para alcançar a ascensão. Na redução, por meio da análise, separam-se as abstrações indispensáveis para o posterior movimento do pensamento em direção ao concreto por meio da dedução, conforme segue.

TERCEIRA AÇÃO DE ESTUDO: TRANSFORMAÇÃO DO MODELO DA RELAÇÃO ESSENCIAL PARA O ESTUDO DE SUAS PROPRIEDADES

De acordo com a lógica dialética, o desenvolvimento do pensamento teórico segue o “movimento de conhecimento desde o concreto ao abstrato e do abstrato ao concreto” (Ilienkov, 2006, p. 189). Por isso, na terceira e quarta ações ocorre a concretização do conhecimento teórico por meio da dedução e explicação das manifestações particulares e singulares do sistema integral a partir do fundamento universal já abstraído e generalizado. No processo de dedução do concreto é necessário revelar os elos do universal com o particular e singular.

No item D da tarefa 7 (Figura 7), ao explicar o equívoco de um dos personagens, Rafael atingiu a abstração máxima ($p \times m = t$), válida para qualquer tabuada particular (neste caso, a tabuada do número três, mas poderia ser outra, a depender do valor atribuído à variável p) e suas manifestações singulares ($3 \times 1 = 3$; $3 \times 2 = 6$;...). Cada relação singular ($3 \times 1 = 3$...) corresponde a uma situação específica que pode ser vivenciada por um detento, na relação entre

dias de estudo e dias de remissão da pena. No caso particular da lei atual de remissão de pena, consiste na tabuada do número três. Mas se a lei mudar e para cada quatro dias de aulas assistidas equivaler um dia a menos de remissão na pena, a relação geneticamente inicial será a mesma, só que em vez de $p = 3$, será $p = 4$. A relação $(p \times m = t)$ é universal para o conceito de tabuada.

Rafael iniciou o processo de dedução do concreto de forma autônoma ao tentar explicar o modelo que ele mesmo elaborou em forma de lei (Figura 7). Logo abaixo do modelo, Rafael revelou a vinculação regular da relação essencial com suas diferentes manifestações singulares, o que culminou com a sistematização de uma tabuada particular, a do número três, em direção ao infinito. Esta mesma relação $(p \times m = t)$ dá origem a todas as tabuadas particulares. Para $p = 2$, teremos a tabuada do número dois, para $p = 5$, teremos a tabuada do número cinco, e assim sucessivamente.

A essência, quando abstraída e generalizada em nível teórico, constitui-se fonte, base genética para a dedução de manifestações particulares e singulares. A relação $p \times m = t$ é a unidade das diversas manifestações da relação de multiplicidade.

No processo de dedução do concreto a partir do abstrato é necessário revelar o elo de interconexão dos elementos que constituem a relação universal. Se são conhecidos dois, dos três valores que constituem o modelo da relação universal $(p \times m = t)$, o terceiro pode ser determinado por meio da transformação do modelo $(t \div p = m$ e $t \div m = p)$. Os dois últimos são operações inversas do primeiro, em virtude da propriedade comutativa do produto. Há um núcleo comum entre as três relações, conforme revela a tarefa 8 (Figura 8):

Figura 8 - Revelação do núcleo de interconexão dos elementos que constituem a relação universal.

Com base nas tarefas anteriores, responda:

- 1- Se João e Antônio tiverem 5 dias de remissão em sua pena, quantos dias eles estudaram?

$$P \times M = T \quad \text{Logo foram 15 dias assistidos}$$

$$3 \times 5 = T$$

$$T = 15$$

- 2- Se João e Antônio estudarem 21 dias, quantos dias terão de desconto das suas penas?

$$P \times M = T \quad M = \frac{21}{3} \quad \text{Logo o desconto será de 7 dias.}$$

$$3 \times M = 21$$

$$3M = 21 \quad M = 7$$

- 3- Se João e Antônio estudarem 65 dias de aulas, quantos dias de desconto terão na pena? Qual operação possibilita chegar nesta resposta?

$$P \times M = 65 \quad M = \frac{65}{3} \quad \text{R: divisão.}$$

$$3 \times M = 65$$

$$3M = 65 \quad M = 21 \text{ + desconto, subtraia dois dias assistidos}$$

- 4- Se João e Antônio estudarem 120 dias e tiverem 24 dias de remissão na pena, de quantos dias de estudo serão necessários para descontar um dia de pena?

$$P \times M = T \quad \text{Nesse caso a cada 5 dias de aula assistido ganha-se um dia.}$$

$$P \times 24 = 120$$

$$24P = 120$$

$$P = \frac{120}{24}$$

$$P = 5$$

Fonte: Acervo do TedMat (2021).

No movimento em análise, a relação de divisibilidade derivou da relação de multiplicidade. A transformação do modelo permitiu a revelação da interconexão de seus elementos por meio das relações de multiplicidade e divisibilidade. Assim, por meio da transformação do modelo é possível analisar as interconexões dos elementos que constituem o modelo universal.

Nas dependências do pensamento teórico, o estudante adentra na relação interna, revela as inter-relações e gera um sistema de formações. Na lógica dialética, “essa integridade objetiva existente por meio das coisas singulares se chama de concreto” (Davióv, 1988, p. 130). “O concreto é concreto porque é a síntese de muitas definições, logo, a unidade do diverso” (Kopnin, 1978, p. 162). Nas respostas dos estudantes, detectamos alguns indícios do processo de síntese, conforme ocorre na tarefa 9 (Figura 9).

Figura 9 - Processo de síntese por meio da revelação da unidade do diverso.

Com base nas tarefas anteriores, responda:

- 1- Sabendo que João e Antônio ganharão 26 dias de remissão em sua pena, quantos dias eles estudaram para isso?

$$P \times m = T \quad T = 78 \text{ dias estudadas}$$

$$3 \times 26 = T$$

- 2- Se João e Antônio estudarem 198 dias, quantos dias terão de desconto das suas penas?

$$3 \times m = 198 \quad m = 66 \text{ dias de desconto}$$

$$3m = 198$$

$$m = 198 \div 3$$

- 3- Se João e Antônio estudarem 25 dias, quantos dias terão de desconto nas suas penas? Qual operação possibilita chegar na sua resposta?

$$P \times m = T \quad m = 25 \div 3 = 8,33 \text{ dias de desconto}$$

$$3 \times m = 25$$

$$3m = 25$$

- 4- Se João e Antônio estudarem 60 dias e tiverem 10 dias de remissão nas suas penas, quantos dias de estudo serão necessários para descontar um dia de pena?

$$P \times m = T \quad P = 60 \div 10$$

$$P \times 10 = 60 \quad P = 6 \text{ logo a cada 6 dias de estudo}$$

$$10P = 60 \quad \text{assim, ganhar um dia de pena.}$$

Obs: A fórmula $P \times m = T$ resolve qualquer caso do tipo.

Fonte: Acervo do TedMat (2021).

Na tarefa anterior, Caik confundiu o símbolo de porcentagem com o de divisão ($\div$), mas as transformações por ele realizadas estão corretas. Expressar um objeto em forma de conceito significa compreender sua essência como fundamento genético, pois o conceito é reflexo da essência, esta, por sua vez, é reflexo da realidade. A peculiaridade do conceito enquanto forma de reflexo da realidade reside na universalidade expressa abstratamente na forma algébrica. Caik afirma que “a fórmula $p \times m = t$ resolve qualquer caso do tipo” (Figura 9).

Na afirmação anterior, Caik indica ter atingido o concreto como unidade de diversas manifestações. Caik indica ter compreendido o procedimento geral de solução, ele capta o universal como base de manifestações particulares e singulares, ou seja, como base de todas as manifestações do concreto. Dentre os diversos casos particulares de manifestação do singular, ou seja, dentre as diversas possibilidades de aplicação prática do universal, retomamos o problema desencadeador inicial a fim de verificar a veracidade da formação do conhecimento realizada ao longo do processo.

QUARTA AÇÃO DE ESTUDO: CONSTRUÇÃO DE UM SISTEMA DE TAREFAS PARTICULARES QUE PODEM SER RESOLVIDAS PELO PROCEDIMENTO GERAL REVELADO NA PRIMEIRA AÇÃO, MODELADO NA SEGUNDA E TRANSFORMADO NA TERCEIRA

A partir do momento que os estudantes formaram o procedimento geral de solução da tarefa de estudo, propusemos sua aplicação para solucionar o problema desencadeador. Mas, como nosso tempo estava se esgotando, desenvolvemos apenas uma tarefa correspondente à quarta ação de estudo. Esta consistiu na elaboração de uma nova carta-resposta aos personagens João e Antônio. Dada a semelhança das cartas, apresentamos, a título de ilustração, a escrita por Caik.

Tarefa 10 - Segunda carta-resposta

Bom dia, João e Antônio, durante o estudo das tarefas encontramos a seguinte fórmula:

$P \times M = T$, onde:

P são os dias de estudo

M é o número de dia descontado na pena

T é o número total de dias estudados

Com essas informações e essa fórmula vocês conseguirão resolver o problema.

Fonte: Acervo do TedMat (2021).

A resposta dos demais colaboradores foi semelhante à de Caik, mas Daniel incluiu a seguinte observação: “Pode ser qualquer letra”. Nesta segunda versão da carta, os estudantes aplicaram procedimento geral de solução. O ponto de partida e ponto de chegada foram os mesmos, mas as repostas foram diferentes. Isso ocorre porque:

Na primeira carta, as respostas expressavam níveis de desenvolvimento distintos. O desenvolvimento das tarefas seguintes foi realizado em colaboração coletiva entre os quatro estudantes, mas deveriam fazer o registro individual e nos enviar também individualmente.

Mesmo a distância, conduzimos todo o processo de formação do conhecimento. Por meio da avaliação de cada resposta que recebíamos (ação de avaliação), elaborávamos a próxima tarefa a ser enviada no dia seguinte a fim de orientar o pensamento dos estudantes em direção ao nosso objetivo final: formação do procedimento geral de solução da tarefa de estudo/problema desencadeador. Cada nova tarefa, no contexto das ações de estudo, não era completamente nova. Era continuidade da tarefa realizada no dia anterior. Portanto, a formação do conhecimento referente à relação de multiplicidade ocorreu no processo de aprendizagem em colaboração com os colegas e o professor pesquisador, mesmo que a distância. Mas como será que os estudantes avaliam esse modo de organização de ensino? Em busca por respostas,

enviamos um questionário e solicitamos que pensassem individualmente cada questão, eis o retorno (Tarefa 11).

Tarefa 11 – Avaliação final

Questão 1: Você aprendeu algo novo com essa pesquisa? O quê?

Caik: *O conhecimento é uma construção e sempre existem novas maneiras de estudar e aprender.*

Daniel: *Sim, uma nova forma de olhar a tabuada e também de saber a redução de pena.*

João Victor: *Aprendi a calcular os dias de desconto na pena, coisa que eu não sabia.*

Rafael: *Sim que o conhecimento é uma construção diária e também novas maneiras de estudar. [sic]*

Questão 2: Você já havia estudado multiplicação? Se sim, como foi esse estudo?

Caik: *Sim, com a tabuada, mas sem considerar a sua construção, agora já sei.*

Daniel: *Sim, mais do jeito tradicional de estudar a tabuada, aqui é detalhado e bem lento o processo. [sic]*

João Victor: *Sim, mas era bem simples a tabuada.*

Rafael: *Sim, com a tabuada, bem simples e sem contexto.*

Questão 3: Prefere estudar do modo como foram essas tarefas ou como era nos anos anteriores?

Caik: *Desse jeito é melhor, pois entendo o passo a passo e como é construído.*

Daniel: *Prefiro como os anos anteriores porque é direto os cálculos. [sic]*

João Victor: *Gostei desse jeito, só que é mais difícil pois envolvem muitas coisas. [sic]*

Rafael: *Tanto faz, só que esse é mais detalhado.*

Questão 4: Em sua opinião, quais as principais dificuldades encontradas no processo de aprendizagem na prisão?

Caik: *Ausência de livros, as normas são diferentes e o pouco tempo em salas de aulas.*

Daniel: *Restrição no material para estudo, carga horária baixa, a falta de atuação da equipe gestora para os presos.*

João Victor: *Falta de livros, as regras e problemas internos também afetam na aprendizagem. Na pandemia a falta de contato com os professores também dificulta muito.*

Rafael: *O pouco tempo com o professor em sala de aula, às vezes a forma de como ele ensina (professores), os problemas da própria cadeia, a falta de material (internet, livros).*

Questão 5: Os limites da educação no sistema prisional, apontados anteriormente, interferiram no processo de ensino-aprendizagem realizado agora nas férias?

Caik: *Não, só a pandemia que atrapalha um pouco.*

Daniel: *Não muito pelo contrário não houve interferência nenhuma [sic]*

João Victor: *Não, não senti falta de livros, apenas do contato com o professor.*

Rafael: *Não, só a pandemia que atrapalha.*

Fonte: Acervo do TedMat (2021).

Salientamos que não adaptamos as respostas acima, elas foram apresentadas na íntegra tal como as recebemos. Na questão 1 (Tarefa 11), Caik e Rafael ressaltam o processo de construção do conhecimento por eles vivenciado. Na segunda questão, Daniel afirma que já tinha aprendido, em experiências anteriores, a tabuada do modo tradicional e Caik complementa que foi sem considerar sua construção.

Na quarta questão, os estudantes apontaram limites na educação do sistema prisional, e na quinta afirmaram que estes limites não interferiram no desenvolvimento do experimento didático em análise. Isso nos leva a supor que não é o fato do ensino ser desenvolvido no sistema prisional ou fora dele que limita o processo de formação do conhecimento, mas o conteúdo e o método de seu desenvolvimento, tanto no sistema prisional quanto fora dele, o que requer melhores condições para que os professores possam repensar o modo de organização de ensino vigente.

Para finalizar o experimento, solicitamos que os estudantes elaborassem, coletivamente, um título para a História de João e Antônio (Tarefa 12). Eis o título que nos enviaram: **“Educação mudando vidas: da cela para a liberdade”**. Desejamos que assim seja.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Investigamos o pensamento matemático de estudantes privados de liberdade durante a formação do conhecimento referente à relação de multiplicidade. Apesar das limitações impostas pela pandemia de coronavírus SARS-CoV2, que restringiu a comunicação à forma escrita e reduziu o tempo para o desenvolvimento do experimento didático, os resultados indicam que os estudantes foram capazes de aprender coletivamente e desenvolver uma compreensão mais profunda da relação de multiplicidade.

A análise das respostas dos estudantes revelou indícios de formação de alguns elementos da relação de multiplicidade em nível teórico, evidenciados pela diferença significativa entre a primeira e última carta-resposta. A primeira carta apresentava respostas dispersas e rasas, enquanto a última demonstrou evidências de superação das compreensões iniciais relacionadas ao procedimento geral de solução do problema da Situação Desencadeadora de Aprendizagem. Isso sugere que os estudantes foram capazes de abstrair e generalizar tal relação, aplicando-a de forma mais ampla e significativa.

Além disso, os resultados indicam que a formação conceitual ocorreu de forma gradual, permitindo que os estudantes consolidassem sua compreensão. A abordagem didática adotada mostrou-se eficaz em promover a aprendizagem e a formação conceitual, mesmo em contextos desafiadores como o sistema prisional.

Em síntese, os resultados deste estudo destacam a importância de organizar o ensino de forma a promover a aprendizagem coletiva em nível teórico, independentemente do contexto em que ocorre. Estamos em busca por uma educação de qualidade, com direito de acesso e permanência no espaço educacional para todos, independentemente do espaço de sua

realização. Desejamos que a educação aconteça como um direito para todos e não um privilégio para alguns.

REFERÊNCIAS

BERNARDES, M. E. M.; MOURA, M. O. Mediações simbólicas na atividade pedagógica. **Revista Educação e Pesquisa**, [s. l.], v. 35, n. 3, p. 463-478, 2001.

BRASIL. **Lei nº 7.210, de 11 de julho de 1984**. Institui a Lei de Execução Penal. Brasília, DF: Senado Federal, 1984. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l7210.htm. Acesso em: 17 jul. 2025.

COLES, A. Commentary on a special issue: Davydov's approach in the XXI century. **Educations Studies in Mathematics**, [online], n. 106, p. 471–478, 2021. DOI: 10.1007/s10649-020-10018-9

DAVÍDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. 3. ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DAVÍDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: investigación psicológica teórica y experimental. Tradução Marta Shuare. Moscou-Rússia: Editorial Progreso, 1988.

ERIKSSON, H.; ERIKSSON, I. Learning actions indicating algebraic thinking in multilingual classrooms. **Educations Studies in Mathematics**, [online], n. 106, p. 363–378, 2021. DOI: 10.1007/s10649-020-10007-y.

ILIENKOV, E. V. La ascensión de lo abstracto a lo concreto en principios de la lógica dialéctica. In: JIMÉNES, A. T. **Teoría de la construcción del objeto de estudio**. México: Instituto Politécnico Nacional, 2006. p. 151-200.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

MOURA, M. O. **Atividade orientadora de ensino e contribuição para a educação escolar**. (Coleção biblioteca psicopedagógica e didática). Universidade de São Paulo. Faculdade de Educação, 2024. DOI: 10.11606/9786587047676. Disponível em: www.livrosabertos.abcd.usp.br/portaldelivrosUSP/catalog/book/1338. Acesso em 22 maio. 2025.

MOURA, M. O.; ARAUJO, E. S.; SERRÃO, M. I. B. **Atividade Orientadora de Ensino**: fundamentos. *Linhas Críticas*, 24, 2019.

NIERO, Ágatha de Souza; ROSA, Josélia Euzebio da. Estudantes do ensino médio sabem operar com o conceito de número? **Dialogia**, São Paulo, n. 52, p. 1-16, e26057, jan./abr. 2025. DOI: 10.5585/52.2025.26057

ROSA, J. E.; ANTUNES, I. C. Modelagem à luz da Teoria Histórico-Cultural. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 8, n. 1, p. 182-212, 2021.

ROSA, J. E.; BECKER, F. Desenvolvimento de uma situação desencadeadora de aprendizagem do conceito de ângulo por meio de quatro ações de estudo davidovianas em um contexto de formação inicial de professores. Obutchénie. **Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, v. 5, n. 2, p. 484-516, jun. 2021.

SILVA, D. M. da; ROSA, J. E. da; HOBOLD, E. S. F.; IZIDORO, G. de B. F. Processos formativos à luz da Atividade Orientadora de Ensino. **Revista Estudos Aplicados em Educação**, v. 10, e20259687, 2025. DOI: <https://doi.org/10.13037/reae.vol10.e20259687>

VENENCIANO, L.; POLOTSKAIA, E.; MELLONE, M.; RADFORD, L. An introduction to multiple perspectives on Davydov's approach in the XXI century. **Educations Studies in Mathematics**, [online], n. 106, p. 323–326, 2021. DOI: 10.1007/s10649-021-10040-5

VENKAT, H.; ASKEW, M.; MORRISON, S. Shape-shifting Davydov's ideas for early number learning in South Africa **Educations Studies in Mathematics**, [online], n. 106, p. 397–412, 2021. DOI: 10.1007/s10649-020-09993-w