

VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE SISTEMAS LINEARES: ESTUDO DA APLICABILIDADE DE RECURSOS TECNOLÓGICOS NO APRENDIZADO DE SISTEMAS LINEARES

GEOMETRIC VISUALIZATION OF SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS: STUDY OF THE APPLICABILITY OF TECHNOLOGICAL RESOURCES IN ITS TEACHING-LEARNING

Recebido em: 20/02/2024

Reenviado em: 15/07/2024

Aceito em: 24/07/2024


Publicado em: 17/09/2024

Roberto Vítor Lima Gomes Rodrigues¹ 

Universidade Federal do Vale do São Francisco

Ricardo Argenton Ramos² 

Universidade Federal do Vale do São Francisco

Edson Leite Araújo³ 

Universidade Federal do Vale do São Francisco

Resumo: A matemática constitui um dos elementos fundamentais ao desenvolvimento acadêmico e intelectual do aluno, tomando lugar como matéria obrigatória no ensino básico. Contudo, os principais indicadores de educação brasileiros apontam que os níveis de aprendizagem dessa disciplina no país são historicamente deficientes, o que é comumente atribuído a métodos pouco adequados de ensino-aprendizagem em sala de aula, além da abstração própria da disciplina. Neste contexto, este trabalho almejou desenvolver e estudar a aplicabilidade de software educativo como ferramenta de apoio ao ensino-aprendizagem de sistemas lineares de ordem 2, mediante a utilização da teoria de Registros de Representação Semiótica e do recurso de visualização geométrica dos sistemas. Após sua finalização, o aplicativo foi submetido à validação através do formulário qualitativo *Pedagogical Ergonomic Tool for Educational Software Evaluation* (PETESE), obtendo boa aceitação entre os avaliadores e evidenciando ter uma boa potencialidade para ser aplicado em sala de aula.

Palavras-chave: Matemática; Ensino-Aprendizagem; Registros de Representação Semiótica; Aplicativo; Flutter.

Abstract: Mathematics constitutes one of the fundamental elements to students' academic and intellectual development, earning its place as a mandatory subject in basic education. However, Brazil's main education indicators show that the learning levels of this subject are historically deficient in the country, which is commonly attributed to inadequate teaching-learning methods in the classroom, in addition to the abstraction intrinsic to the subject. In this sense, this work aimed to develop and study the applicability of educational software as a tool to support the teaching-learning of 2x2 systems of linear equations, using the theory of Registers of Semiotic Representation and the geometric visualization of the systems. After completion, the application was validated

¹ Bacharel em Engenharia da Computação pela Universidade Federal do Vale do São Francisco. E-mail: roberto.vitor@discente.edu.br

² Doutor em Ciência da Computação pela Universidade Federal de Pernambuco – BR e pós Doutor na área de Engenharia de Software pela *University of Waterloo* – CA. Atualmente é professor da Universidade Federal do Vale do São Francisco - BR. E-mail: ricardo.aramos@univasf.edu.br

³ Doutor em Ciência da Computação na área de Aprendizado de Máquinas, pela Universidade Federal de Pernambuco – UFPE. Atualmente é professor da Universidade Federal do Vale do São Francisco – UNIVASF. Membro do Programa de Pós-graduação em Matemática da Rede Pública – PROFMAT/UNIVASF/IMPA. E-mail: edson.araujo@univasf.edu.br

using the qualitative form Pedagogical Ergonomic Tool for Educational Software Evaluation (PETESE), obtaining good acceptance among the evaluators and showing good potential to be applied in the classroom.

Keyword: Mathematics, Teaching-Learning, Registers of Semiotic Representation, Mobile Application, Flutter.

INTRODUÇÃO

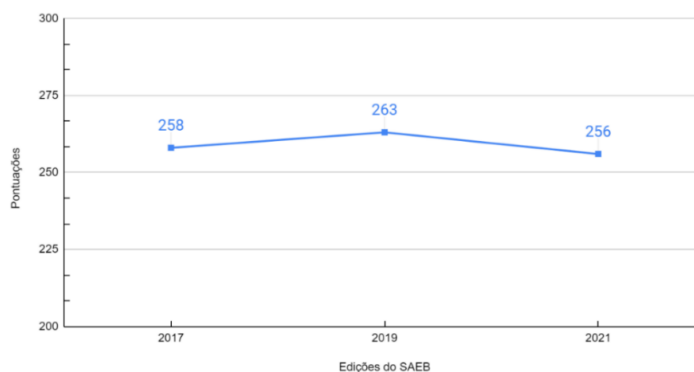
A aprendizagem de matemática é muito importante para a integração do cidadão numa sociedade cada vez mais globalizada. O fluxo volumoso de informações — de caráter quantitativo, probabilístico e espacial — veiculadas na contemporaneidade torna necessário um certo grau de alfabetização na disciplina para que seja plenamente compreendido (BRASIL, 2020, p. 24). De acordo com Sánchez *et al.* (2015), a decorrência disto é que a matemática tem historicamente gozado de um prestigiado status entre as disciplinas acadêmicas.

Essa posição de protagonismo nos currículos escolares deveria acompanhar altas taxas de alfabetização na disciplina, no entanto, o que os indicadores de proficiência em matemática apontam é justamente o contrário. As diferentes edições dos programas do Sistema de Avaliação do Ensino Básico (SAEB) e do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) indicam que a maioria dos estudantes brasileiros falha em alcançar até mesmo os níveis mais básicos de domínio da disciplina (INEP, 2022; BRASIL, 2020).

Segundo os resultados amostrais referentes à edição de 2017 do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), 63,1% dos estudantes do 9º ano apresentaram níveis de proficiência insuficientes em matemática (INEP, 2018, p. 25), cenário que pouco mudou nas edições de 2019 e 2021 (Figura 1). Ademais, os últimos resultados disponíveis do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes⁴ (PISA) revelam que apenas 27% dos alunos brasileiros conseguem alcançar o nível 2 de proficiência em matemática (BRASIL, 2023, p. 8). Esse nível, segundo a OCDE, representa o mínimo necessário para que o indivíduo consiga exercer plenamente sua cidadania e aproveitar oportunidades de aprendizagem e integração no mercado de trabalho (BRASIL, 2020, p. 111).

⁴ Referentes à avaliação de 2022.

Figura 1 — Evolução das proficiências médias no SAEB em Matemática entre as edições de 2017, 2019 e 2021.



Fonte: adaptado de INEP (2022, p. 33).

D’Ambrósio (1989) apontou que essas deficiências são oriundas das metodologias tradicionais do ensino da disciplina, que prezam demasiadamente pelo “acúmulo de fórmulas e algoritmos”. Segundo a autora, isso retira o caráter reflexivo e interativo da disciplina, intimidando os alunos. Além disso, Conceição *et al.* (2015) afirmam que esse insucesso no ensino-aprendizagem não se refere apenas aos baixos desempenhos, visto que muitas vezes os alunos possuem desempenhos razoáveis na escola, porém não compreendem o que estão fazendo.

Nessa perspectiva, um conteúdo bastante citado é o de *sistemas de equações lineares*, particularmente em relação à sua interpretação geométrica. Sabe-se que os sistemas lineares podem assumir uma série de interpretações — a depender de seus conjuntos-solução — cada qual com seu significado no registro gráfico (FERREIRA, 2013). Esses significados, segundo Ferreira (2013), não são plenamente compreendidos pelos alunos, comprometendo o entendimento do assunto como um todo.

Dessa forma, torna-se bastante relevante a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval, que sugere que os conteúdos matemáticos possuem uma série de diferentes representações e apenas através da exploração de duas ou mais delas é possível significar e compreendê-los plenamente (DUVAL, 2012). As *representações semióticas* na TRRS são entendidas como formas diferentes de representar um mesmo conteúdo matemático, por vezes com diferentes *registros*, ou seja, diferentes sistemas de significação, como por exemplo o *registro algébrico*, o *registro gráfico*, e o *registro discursivo*.

De acordo com Duval (2012), os “objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata” e por isso tornam-se absolutamente dependentes de suas representações para que sejam comunicados e transmitidos aos alunos.

Essa abordagem é aceita e disposta pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) na seção de matemática para o Ensino Médio:

As competências que estão diretamente associadas a **representar** pressupõem a elaboração de registros para evocar um objeto matemático. Apesar de essa ação não ser exclusiva da Matemática, uma vez que todas as áreas têm seus processos de representação, em especial nessa área é possível verificar de forma inequívoca a importância das representações para a compreensão de fatos, ideias e conceitos, uma vez que o acesso aos objetos matemáticos se dá por meio delas (BRASIL, 2018, p. 529).

Duval (2012), contudo, esclarece que os objetos matemáticos não devem ser confundidos com suas representações, já que cada uma delas possui limitações próprias ao *registro* de significação em que está inserida. Para sobrepor esta dificuldade, o autor propõe que haja o domínio sobre vários registros, o que pode evitar esse tipo de confusão e ao mesmo tempo propiciar o reconhecimento de um mesmo conteúdo em diferentes representações e contextos. A BNCC alinha-se também a essa abordagem, em sua recomendação:

Nesse sentido, na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade. Por esse motivo, espera-se que os estudantes conheçam diversos registros de representação e possam mobilizá-los para modelar situações diversas por meio da linguagem específica da matemática – verificando que os recursos dessa linguagem são mais apropriados e seguros na busca de soluções e respostas – e, ao mesmo tempo, promover o desenvolvimento de seu próprio raciocínio (BRASIL, 2018, p. 295).

A transformação de um para outro registro é descrita na TRRS como **conversão**. Para Duval (2012), este tipo de operação transcende o simples **tratamento** — isto é, a transformação de um objeto matemático dentro de um mesmo registro —, pois pressupõe o reconhecimento do objeto matemático, independentemente do registro em que está representado. O estudo de Saviano *et al.* (2020) incursiona justamente na construção de significado proporcionado pela **conversão**, buscando tornar dinâmico o ensino de sistemas lineares através da sua visualização em registro geométrico.

Hummes *et al.* (2014) também exemplificam os benefícios pedagógicos da visualização geométrica. Através da utilização do software *Geogebra*, as autoras foram capazes de estimular a experimentação e descoberta dos estudantes de uma escola da rede pública de Porto Alegre no conteúdo de sistemas lineares. Nesse sentido, a utilização da tecnologia adequa-se aos parâmetros estabelecidos pela Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018, p. 298), que

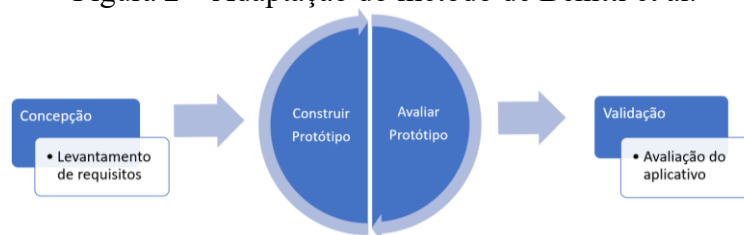
admite a utilização de softwares de geometria dinâmica como recursos didáticos mediante sua integração a “situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos”.

Diante desse contexto, foi desenvolvido um aplicativo visando a significação do conteúdo de *sistemas lineares de ordem 2*, através da visualização geométrica das equações algébricas e a fomentação da conversão entre três dos registros semióticos descritos por Duval (2012): o verbal, o algébrico e o geométrico. O objetivo deste trabalho foi desenvolver e estudar a aplicabilidade de software educativo como ferramenta de apoio ao ensino-aprendizagem de sistemas lineares de ordem 2, mediante a utilização da teoria de Registros de Representação Semiótica e do recurso de visualização geométrica dos sistemas lineares. Para tanto, o aplicativo foi submetido a uma banca de professores avaliadores ao final de seu desenvolvimento.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para este trabalho, foram tomadas como base as boas práticas da engenharia de software aliadas à observação de seus objetivos pedagógicos, de forma a impactar positivamente o ambiente de ensino-aprendizagem. Para isso, foi adaptada uma metodologia do *Processo de Desenvolvimento de Software Educacional* de Benitti et al. (2005), utilizando suas etapas de *concepção* (levantamento de requisitos) e *elaboração* (desenvolvimento e validação do aplicativo)⁵, de forma a garantir o cumprimento de seus objetivos computacionais e pedagógicos.

Figura 2 – Adaptação do método de Benitti et al.



Fonte: adaptado de Benitti et al. (2005).

Para atender aos requisitos educacionais, foi realizada a definição do conteúdo e público-alvo de acordo com os critérios da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com apoio nas metodologias propostas pelo site Nova Escola (NOVA ESCOLA, 2024), além de revisão bibliográfica sobre o emprego de métodos de visualização de sistemas lineares e da

⁵ Para os propósitos deste trabalho, as etapas de *finalização* e *viabilização* dos autores foram retiradas do desenvolvimento.

teoria de Representação dos Registros Semióticos no ensino. Nesta etapa foram encontrados trabalhos semelhantes, que propunham a visualização geométrica de sistemas lineares para facilitar sua compreensão. Dois softwares se destacaram quanto à utilização para este propósito: o *Geogebra*, nos trabalhos de Saviano *et al.* (2020), e Hummes *et al.* (2014); e o *Winplot*, no trabalho de Jordão e Bianchini (2014).

É preciso ressaltar que, neste trabalho, optou-se por uma abordagem mais *gamificada* (BARBOSA *et al.*, 2020), cuja implementação deu-se em dois aspectos principais: a resolução é feita através da associação entre figurinhas e variáveis; e os enunciados são dispostos em fases, com um sistema de tempo de resolução e três vidas, com pontuação e uma página de pódio. Abaixo está uma tabela com uma síntese dos recursos de cada software:

Tabela 1 – Comparação entre as abordagens de TDIC

	Geogebra	Winplot	Este aplicativo
Visualização geométrica	X	X	X
Resolução algébrica	X	X	X
Gamificação			X

Fonte: o autor (2023).

Para o desenvolvimento do aplicativo, optou-se pela utilização do kit de desenvolvimento *Flutter* com o *back-end Firebase*, visando o funcionamento do aplicativo em plataforma *Android* acessível e com interação *online* para o recurso de pódio. Ao final do desenvolvimento, o aplicativo foi submetido a uma banca de avaliadores que pudesse qualificar sua aplicabilidade.

Os avaliadores escolhidos, tal como o que foi proposto por Dias *et al.* (2013) e utilizado por Batista *et al.* (2018) e Gomes *et al.* (2019), foram uma série de usuários especialistas, isto é, usuários com domínio e atuação sobre o tema da pesquisa. Para os propósitos deste trabalho, os usuários especialistas foram definidos como professores de matemática do ensino básico, visto que a BNCC estipula que o conteúdo presente no aplicativo é trabalhado no final do ensino fundamental.

A etapa de validação do aplicativo foi realizada durante uma semana com o propósito de obter no mínimo 5 avaliadores, número estabelecido por Nielsen (2000) para uma boa amostragem. Nesse período, o aplicativo foi distribuído remotamente para professores de matemática em formato instalável através de um site do GitHub Pages. Junto a ele, também

foram distribuídas todas as instruções necessárias para a sua instalação e avaliação, além de um vídeo de apresentação de sua proposta e funcionamento, e o formulário de validação.

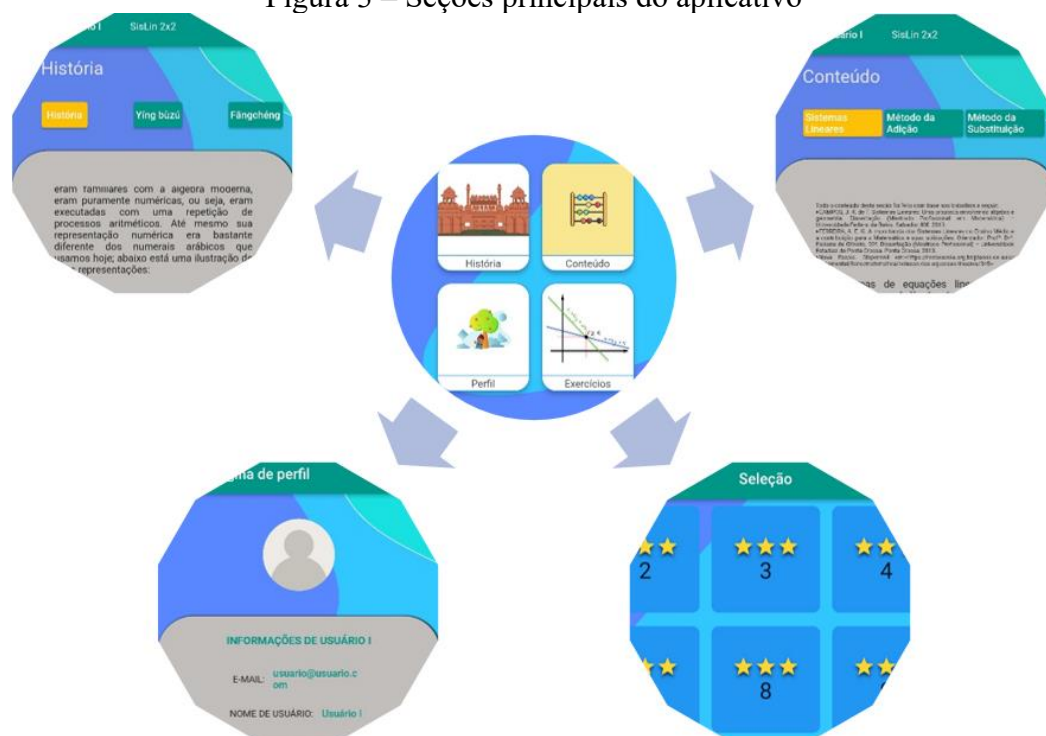
O método de avaliação escolhido para este aplicativo foi um questionário adaptado do formulário *Pedagogical Ergonomical Tool For Software Evaluation* (PETESE), desenvolvido por Coomans e Lacerda (2015) para a validação da aceitação e aplicabilidade do software em dois eixos: aspectos pedagógicos e aspectos de usabilidade. As perguntas voltaram-se ao conteúdo oferecido pelo aplicativo, seus métodos de ensino, além de sua interface e facilidade de uso. Uma vez realizada a validação, os dados obtidos foram analisados com auxílio de análise descritiva utilizando *Google Sheets* e apresentados em percentual para facilitar a compreensão.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O aplicativo desenvolvido possui quatro seções principais (figura 3), e uma seção extra de pódio (figura 4):

- A seção de História serve para oferecer um panorama das origens do conteúdo.
- A seção de Conteúdo possui um resumo do assunto para consulta, com base na BNCC e no site Nova Escola.
- A seção de Perfil exibe as informações do usuário e sua pontuação total e desempenho em cada exercício.
- A seção de Exercícios traz os exercícios para que o usuário os resolva.
- A seção de Pódio serve para o usuário comparar sua pontuação com as demais.

Figura 3 – Seções principais do aplicativo



Fonte: o autor (2023).

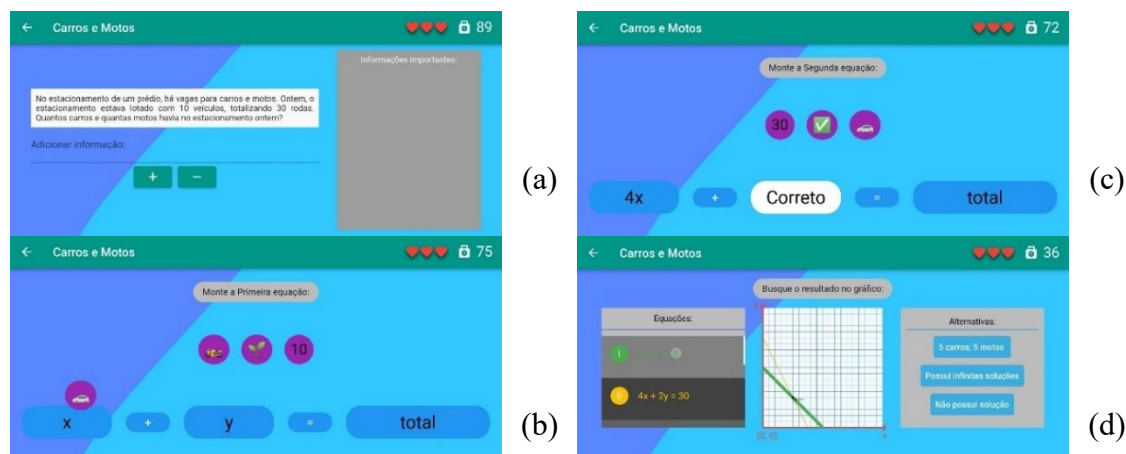
Figura 4 – Seção de pódio



Fonte: o autor (2023).

A figura 5 mostra as quatro telas referentes às etapas de resolução dos exercícios. O formato de resolução foi feito levando em conta três dos registros semióticos descritos por Duval (2012): *verbal*, *algébrico* e *gráfico*; e o método foi pensado de forma que o aluno fosse capaz de, após ler o enunciado no registro verbal (a), correlacionar os *emojis* com os termos das equações equivalentes (b, c), de forma que as retas fossem traçadas em (d) e a resolução do sistema se tornasse evidente.

Figura 5 – Telas de exercício do aplicativo



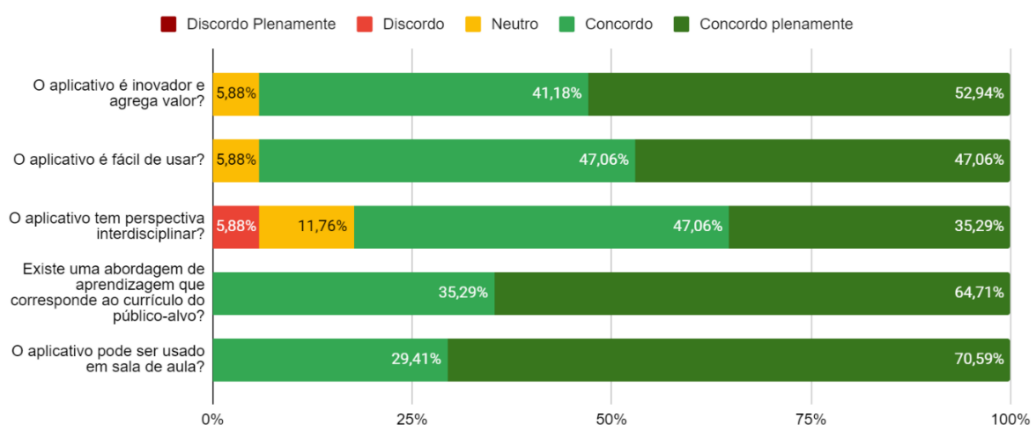
Fonte: o autor (2023).

Durante a etapa de validação, todos os 17 avaliadores tinham por formação Licenciatura em Matemática e lecionavam em instituições do ensino básico, com 29% possuindo alguma especialização, e 5,9% ainda cursando a licenciatura. A avaliação foi realizada para cada uma das cinco seções de perguntas do PETESE: Aspectos Gerais, Aspectos Pedagógicos, Aspectos de Usabilidade, Conteúdo e Interface.

Seção de Aspectos Gerais: Grande parte dos professores avaliou o aplicativo positivamente nos quesitos de agregação de valor e facilidade de uso (figura 6). Houve uma porcentagem de 5,88%, entretanto, que se mostrou indiferente a essas questões, indicando que o aplicativo ainda pode melhorar nos aspectos de usabilidade e inovação.

Houve discordância de 5,88% dos avaliadores quanto à interdisciplinaridade do aplicativo, enquanto 11,76% se mantiveram indiferentes. Esse comportamento era esperado, já que o aplicativo foca um conteúdo disciplinar matemático, sem trazer muitos elementos de outras disciplinas. Resultados semelhantes foram encontrados no trabalho de Gomes *et al.* (2019).

Figura 6 – Resultados da avaliação de Aspectos Gerais



Fonte: o autor (2023).

Nas questões referentes à aderência ao currículo acadêmico e da aplicabilidade em sala de aula, o aplicativo obteve aceitação de 100% dos professores, recebendo inclusive comentários interessados em utilizá-lo em sala, caso fosse disponibilizado na Play Store.

Seção de Aspectos Pedagógicos: Conforme ilustrado na figura 7, é notável que a maior parte dos itens avaliados obteve concordância de, pelo menos, 88,24% dos avaliadores. Essa proporção elevada indica que, para a maioria dos avaliadores, o aplicativo estabelece claramente seus objetivos pedagógicos e sua metodologia é apropriada para alcançá-los. Adicionalmente, os avaliadores mostraram-se em grande sintonia ao avaliar positivamente o método proposto pelo aplicativo para a construção do conhecimento e o nível de dificuldade apresentado. Tal concordância é de relevância destacada, uma vez que a coerência pedagógica é fundamental para a eficácia de uma ferramenta educacional, conforme discutido por Colpani e Faria (2017).

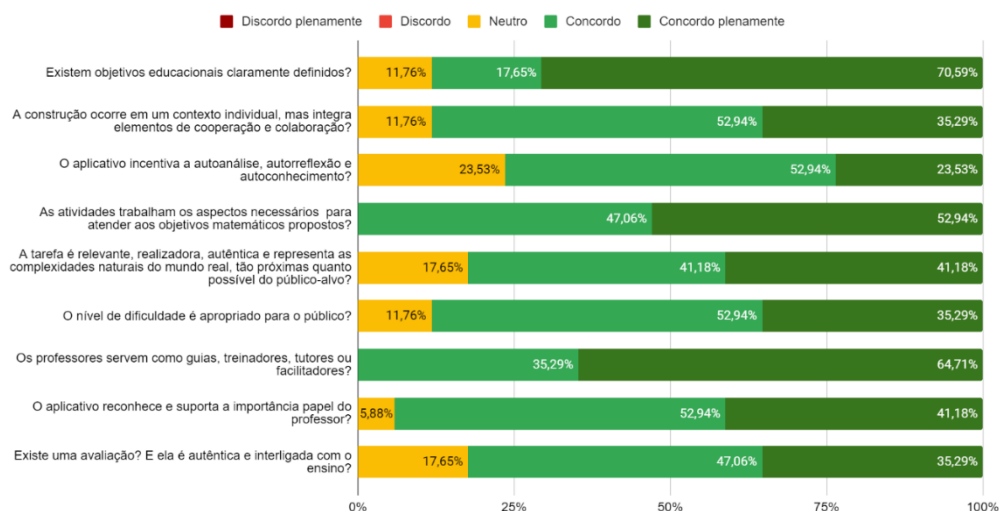
Os tópicos de autorreflexão, avaliação e representatividade no aplicativo mostraram indiferença significativa, possivelmente devido à sua abordagem de resolução, que foca em montagem de equações, em detrimento de realizar cálculos diretamente. Os comentários sobre estes tópicos foram os seguintes:

- Dois dos dezessete avaliadores comentaram que um dos aspectos negativos era que: uma vez associadas as figuras aos elementos correspondentes nas telas de equação (figura 5, itens b e c), a resolução algébrica já era mostrada pronta na tela de resultados (figura 5, item d), sem que fosse necessário solucioná-la diretamente.
- Três dos dezessete avaliadores apontaram que o sistema de distribuição de pontos não estava claro, bem como a exibição dos erros e acertos do usuário.

- Quatro avaliadores comentaram que o nível das questões não estava bem distribuído entre as fases, tendo sido apresentada como sugestão de melhoria a implementação de um aumento gradual de dificuldade.

Contudo, a abordagem dos tópicos essenciais alcançou 100% de concordância, indicando que a metodologia geral foi bem aceita. Essa percepção alinha-se com estudos que destacam a importância de clareza em ferramentas educacionais (BENITTI *et al.*, 2005).

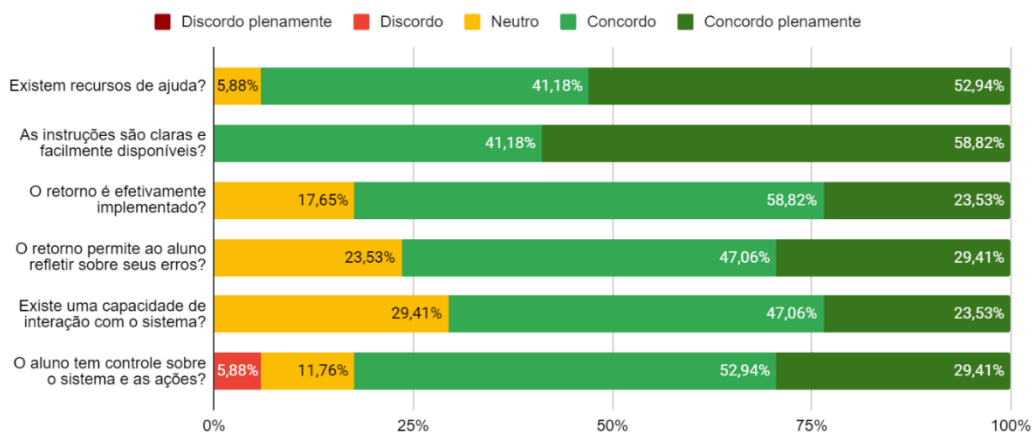
Figura 7 – Resultados da avaliação de Aspectos Pedagógicos



Fonte: o autor (2023).

Seção de Aspectos de Usabilidade: Sobre a implementação do retorno (*feedback*) e sua capacidade de permitir ao aluno refletir sobre seus erros, as porcentagens de indiferença foram respectivamente de 17,65% e 23,53% dos avaliadores (figura 8). Isto está relacionado ao fato de que o usuário perde pontuação sem que apareçam mensagens explicando o porquê (BENITTI; SOMMARIVA, 2015).

Figura 8 – Resultados da avaliação de Aspectos de Usabilidade



Fonte: o autor (2023).

Além disto, as questões referentes à interação do usuário com o sistema também apresentam um alto índice de indiferença, com o último tópico até mesmo recebendo 6% de respostas negativas. Os principais comentários acerca disso fizeram respeito às questões da forma de utilização do aplicativo, bem como da correlação entre os membros da equação e as figuras:

- Quatro dos dezessete usuários comentaram ter demorado um pouco para perceber que deveriam arrastar a tela para passar de uma etapa à outra, e que isso deveria ter estado mais claro, ou deveria ser feito automaticamente.
- Seis dos dezessete avaliadores comentaram ter dificuldades em correlacionar as imagens e membros das equações em que tanto “x” quanto “y” eram positivos e não tinham coeficientes. Nestes casos, a ordem de como os fatores eram escolhidos não deveria fazer diferença, entretanto o aplicativo tinha apenas um “x” correto e um “y” correto.
- Um dos avaliadores comentou que preferiria que o aplicativo permitisse a escrita das equações com o touchscreen.

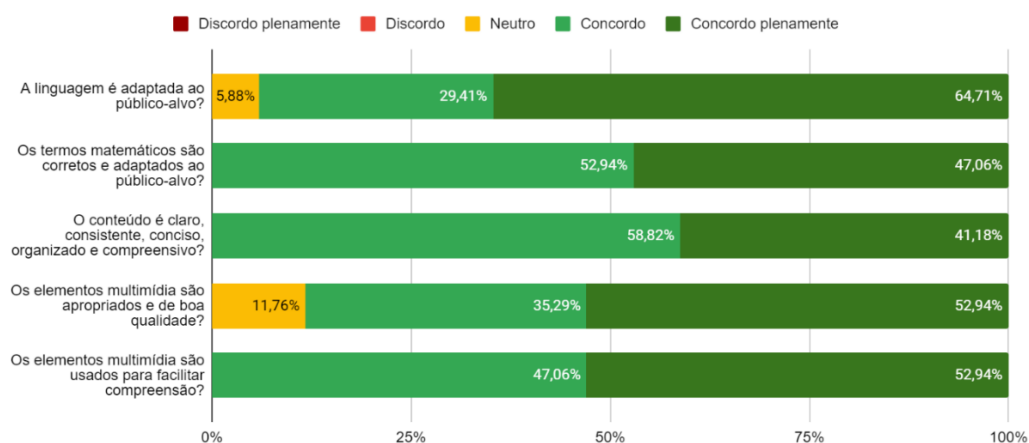
Estudos que utilizaram o PETESE para avaliar os aspectos de usabilidade, como os realizados por Gomes *et al.* (2019) e Coomans e Lacerda (2015), destacaram a importância do controle do aluno sobre o sistema e suas ações. Isso é corroborado por estudos adicionais, como os de Flores (2009) e Corbalan *et al.* (2010), que evidenciam o impacto motivacional e corretivo que o feedback individual e detalhado proporciona. Ademais, Dondlinger (2007) afirma que o controle do usuário sobre o ambiente do *game* educativo promove uma maior imersão e motivação, impactando positivamente em seu aprendizado. Com esses achados, a nova versão do aplicativo deverá estar atenta ao fornecimento do feedback aos seus usuários de maneira mais clara.

Seção de Conteúdo: De modo geral, o aplicativo recebeu boas avaliações quanto à sua clareza na transmissão de conteúdos (veja na figura 9), alcançando 100% de concordância em três dos tópicos e assemelhando-se aos resultados de Gomes *et al.* (2019). Segundo os autores, a boa avaliação nesta seção é importante pois indica que o conteúdo apresentado pelo aplicativo esteve em conformidade com a proposta do trabalho.

Há que ser destacada, entretanto, uma pequena porcentagem de indiferença quanto à adequação ao público-alvo tanto da linguagem empregada (5,88%) quanto do tipo de recursos escolhidos (11,76%). Sobre essas questões, dois dos avaliadores comentaram que as

informações seriam mais bem dispostas em formato de vídeo em vez de escritas, já que se destina a estudantes do final do ensino fundamental e início do médio. Essa observação encontra-se em conformidade com Brame (2016), que argumenta que os vídeos podem aumentar o envolvimento com o conteúdo e impactar positivamente na satisfação e na experiência de aprendizagem dos alunos.

Figura 9 – Resultados da avaliação de Aspectos Gerais



Fonte: o autor (2023).

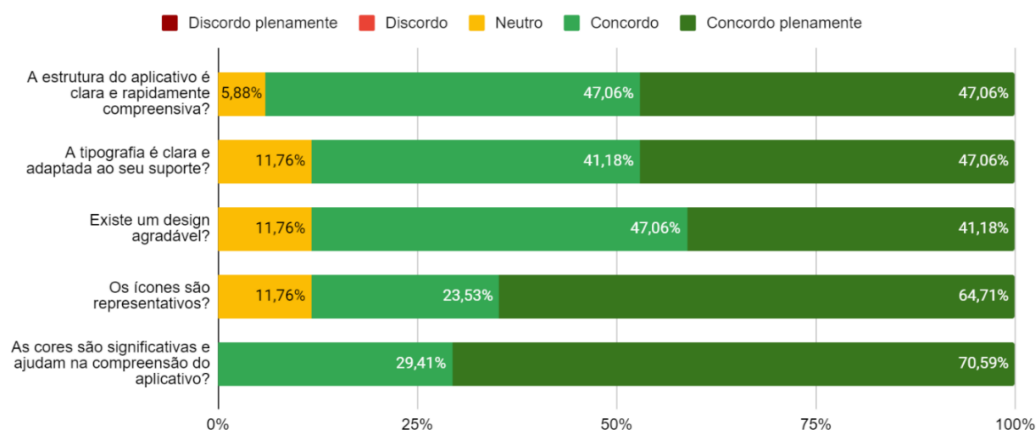
Seção de Interface: A escolha das cores do aplicativo obteve 100% de aprovação, ressaltando sua adequação ao público-alvo e geral, conforme a figura 10. No entanto, destacam-se os resultados de 11,76% de indiferença nos tópicos relacionados à tipografia, ao design e à representatividade dos ícones, além de 5,88% de indiferença quanto à clareza na estrutura do aplicativo. Os comentários referentes a esses quesitos foram os seguintes:

- Um dos dezessete avaliadores comentou que as letras poderiam ser maiores, já que o aplicativo não permite ampliação da fonte; e outro comentou que o teclado se sobrepunha à área de digitação de informações relevantes (figura 5a) na tela de resolução do problema.
- Um dos dezessete avaliadores comentou que o gráfico ficaria melhor se permitisse a ampliação (zoom) para a melhor visualização (figura 5d).

Ademais, tornam-se relevantes novamente os comentários dos quatro professores que disseram ter demorado a perceber que a navegação entre as telas de resolução dos exercícios era feita arrastando, pois poderia haver um ícone representando a ação. Estes são aspectos que

afetam a “experiência do usuário” e, como tal, devem obter uma boa avaliação para evitar frustrações na utilização do aplicativo (PREECE *et al.* 2015, *apud* GOMES *et al.* 2019).

Figura 10 – Resultados da avaliação de Interface.



Fonte: o autor (2023).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O complexo processo de ensino-aprendizagem é moldado por múltiplos fatores, tornando simplista atribuir suas dificuldades somente ao aluno ou educador. No entanto, ao integrar artefatos tecnológicos com metodologias pedagógicas inovadoras, observa-se uma amplificação da conexão do aluno com o conteúdo, incentivando a ruptura com abordagens tradicionais.

Neste estudo, o aplicativo criado visando a visualização geométrica e a convergência entre os registros semióticos de Duval (2012) demonstrou relevância comparável a outras ferramentas pedagógicas, como o GeometriAR (GOMES *et al.* 2019) que também foi avaliado pelo PETESE (COOMANS; LACERDA, 2015). Esta pesquisa revela o potencial e a aceitação da ferramenta na promoção da compreensão dos sistemas lineares 2x2.

Nesse contexto, o estudo destacou a crucial intersecção entre matemática e inovação tecnológica. O desenvolvimento e avaliação do aplicativo ilustram como a confluência de visualização geométrica e registros semióticos pode enriquecer a compreensão dos sistemas lineares. A investigação sublinha a imperatividade de tais iniciativas, evidenciando que a fusão de matemática com as novas tecnologias de ensino não só amplia horizontes educacionais, mas também prepara os alunos para um mundo cada vez mais interconectado e tecnológico.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, F. E.; DE PONTES, M. M.; DE CASTRO, J. B. A Utilização da Gamificação Aliada às Tecnologias Digitais no Ensino da Matemática: Um Panorama de Pesquisas Brasileiras. **Revista Prática Docente**, [s. l.], v. 5, n. 3, p. 1593–1611, 2020. DOI: 10.23926/RPD.2526-2149.2020.v5.n3.p1593-1611.id905.

BATISTA, M. F.; RAMOS, R. A.; DE BRITO, L. F. Utilizando o Aplicativo Criptomática para Ensinar Conteúdos Matemáticos do Ensino Médio com Uso da Criptografia. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 16, n. 2, 2018. DOI: 10.22456/1679-1916.89264.

BENITTI, F. B. V.; SEARA, E. F. R.; SCHLINDWEIN, L. M. Processo de Desenvolvimento de Software Educacional: proposta e experimentação. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 3, n. 1, 2005. DOI: 10.22456/1679-1916.13849.

BENITTI, F. B. V.; SOMMARIVA, L. Evaluation of a Game Used to Teach Usability to Undergraduate Students in Computer Science. **Journal of Usability Studies**, v. 11, n. 1, 2015.

BRAME, C. J. Effective educational videos: Principles and guidelines for maximizing student learning from video content. **CBE—Life Sciences Education**, v. 15, n. 4, p. 1-6, 2016. DOI: 10.1187/cbe.16-03-0125.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 27 out. 2023.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Brasil no Pisa 2018** [recurso eletrônico]. – Brasília: Diretoria de Avaliação da Educação Básica (DAEB), 2020. Disponível em: download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/r-elatorio_brasil_no_pisa_2018.pdf. Acesso em: 27 out. 2023.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Notas Sobre o Brasil no Pisa 2022**. – Brasília: Diretoria de Avaliação da Educação Básica (DAEB), 2023. Disponível em: download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2022/pisa_2022_brazil prt.pdf. Acesso em: 02 fev. 2024.

COLPANI, R.; FARIA, M. Joy e as Letrinhas: um Serious Game como ferramenta de auxílio no processo de alfabetização de crianças do ensino fundamental. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 25, n. 02, p. 61, 2017. DOI: 10.5753/rbie.2017.25.02.61.13849.

CONCEIÇÃO, D. B.; MENDES, A. A.; BORGES, L. H. de F. **Análise dos Fatores que Desmotivam/Desinteressam os Alunos com Relação à Matemática**. In: I Seminário Científico da FACIG, n. 1, 2015, Manhuaçu. Anais (on-line). Disponível em: <https://www.pensaracademico.unifacig.edu.br/index.php/semiariocientifico/article/view/233>. Acesso em: 02 ago. 2023.

COOMANS, S.; LACERDA, G. S. Petese: a pedagogical ergonomic tool for educational software evaluation. **Procedia Manufacturing**, v. 3, p. 5881-5888, 2015. DOI: 10.1016/j.promfg.2015.07.895.

CORBALAN, G.; PAAS, F.; CUYPERS, H. Computer-based feedback in linear algebra: Effects on transfer performance and motivation. **Computers & Education**, v. 55, n. 2, p. 692-703, 2010. DOI: 10.1016/j.compedu.2010.03.002.

D'AMBRÓSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje**. Temas e debates. SBEM. Ano II, Brasília, N, v. 2, p. 15-19, 1989. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/td/article/view/2651>. Acesso em: 20 fev. 2024.

DIAS, J. et al. **Avaliação de jogos educacionais digitais baseada em Perspectivas: Uma experiência através do Jogo-simulador Kimera**. In: Simpósio Brasileiro de Jogos e Entretenimento Digital (SBGames), 2013, São Paulo. Anais (on-line). Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/271852830_Avaliacao_de_jogos_educacionais_digita_ais_baseada_em_Perspectivas_Uma_experiencia_atraves_do_Jogo-simulador_Kimera. Acesso em: 02 ago. 2023.

DONDLINGER, M. J. Educational video game design: A review of the literature. **Journal of applied educational technology**, v. 4, n. 1, p. 21-31, 2007.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de MORETTI, M. T. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012. DOI: 10.5007/1981-1322.2012v7n2p266. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266>. Acesso em: 02 ago. 2023

FERREIRA, A. E. G. **A importância dos Sistemas Lineares no Ensino Médio e a contribuição para a Matemática e suas aplicações**. Dissertação de Mestrado Profissional – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2013.

FLORES, A. M. **O feedback como recurso para a motivação e avaliação da aprendizagem na educação a distância**. In: Congresso Internacional ABED de Ensino à Distância, n. 15, 2009, Palhoça. Anais (on-line). Disponível em: [O-feedback-como-recurso-para-a-motivacao-e-avaliacao-da-aprendizagem-na-ead.pdf](https://www.unifei.edu.br/portal/imagens/2009/02/09/O-feedback-como-recurso-para-a-motivacao-e-avaliacao-da-aprendizagem-na-ead.pdf) (unifei.edu.br). Acesso em: 14 jul. 2024.

GOMES, A. P. L. et al. GeometriAR: aplicativo educacional com realidade aumentada para auxiliar o ensino de sólidos geométricos. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 17, n. 1, 2019. DOI: 10.22456/1679-1916.95848.

HUMMES, V. B.; BRENDA, A.; LIMA, V. M. R. A Interpretação das Soluções de Sistemas de Equações Lineares de Ordem Dois através do Software Geogebra: uma Abordagem Geométrica. **Revista de Educação Dom Alberto**, v. 5, n. 1, p. 37-51, 2014.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Press kit SAEB 2017**. Brasília, 2018. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2018/documentos/presskit_saeb2017.pdf. Acesso em: 27 out. 2023.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Press kit SAEB 2021**. Brasília, 2022. Disponível em: https://download.inep.gov.br/saeb/resultados/press_kit_saeb_2021.pdf. Acesso em: 02 de ago. 2023.

JORDÃO, A. L. I.; BIANCHINI, B. L. Um Estudo sobre a resolução algébrica e gráfica de sistemas lineares 3×3 no 2º ano do Ensino Médio. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 9, n. 2, p. 69-86, 2014. DOI: 10.5007/1981-1322.2014v9n2p69. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2014v9n2p69>. Acesso em: 27 out. 2023.

NIELSEN J. **Why You Only Need to Test with 5 Users**. [s. l]. 2000. Disponível em: <https://www.nngroup.com/articles/why-you-only-need-to-test-with-5-users/>. Acesso em: 02 ago. 2023.

NOVA ESCOLA. **Quem somos**. [s. l]. 2024. Disponível em: <https://novaescola.org.br/quem-somos>. Acesso em: 15 jul. 2024.

SÁNCHEZ. S. R. et al. La resolución de problemas como instrumentos para la modelización matemática: Ejemplos para la vida real. **Modelling in Science Education and Learning**, v. 8, n. 2, p. 51-66, 2015. DOI: 10.4995/msel.2015.3962.

SAVIANO, R.; DOS SANTOS, C. A. B.; SCHIMIGUEL, J. ATIVIDADES COM O GEOGEBRA PARA O ENSINO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES—UM ELO ENTRE A EDUCAÇÃO BÁSICA E O ENSINO SUPERIOR. **Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo**, v. 12, n. 12, 2020.