RECONHECIMENTO E CONSTRUÇÃO DE ÂNGULOS POR ESTUDANTES DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM OLHAR SOB A ÓTICA DOS INVARIANTES OPERATÓRIOS

DOI: 10.56579/eduinterpe.v2i1.3735

Franklin Fernando Ferreira Pachêco[1]

[1]Doutorando em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). E-mail: pacheco.franklin9@gmail.com

RESUMO: Este artigo teve por objetivo identificar os invariantes operatórios mobilizados por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental quando confrontados com atividades de reconhecimento e de construção de ângulo. O aporte teórico baseia-se na Teoria dos Campos Conceituais proposta por Gérard Vergnaud e seus colaboradores. Em termos metodológicos, foram propostas duas atividades sobre ângulos: uma sobre reconhecimento de ângulos e uma sobre construção de ângulos. Participaram da pesquisa dois estudantes do 5º ano do ensino fundamental, de forma voluntária, que desejaram contribuir com o estudo. Os resultados indicam que os estudantes apresentam ora erros e ora acertos no que se refere ao reconhecimento de ângulos nulo, agudo, reto, obtuso e raso. Quanto à construção de ângulos, os estudantes representaram corretamente um ângulo agudo e um ângulo obtuso. Em contraponto, eles não desenharam corretamente os ângulos: nulo, reto e raso, quando é disponibilizada apenas a classificação na atividade.

Palavras-chave: Ângulo; Geometria. Teoria dos Campos Conceituais.

INTRODUÇÃO

No ensino fundamental – anos iniciais, o estudo dos ângulos (nulo, agudo, reto, obtuso e raso) é previsto para os dois últimos anos dessa etapa escolar, conforme orientam a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Referencial Curricular do Paraná (RCPR). Esses documentos, o primeiro de abrangência nacional e o segundo de âmbito estadual, orientam a organização e a sistematização dos conteúdos que integram os currículos escolares (Brasil, 2018; Paraná, 2018).

O ângulo é um conceito matemático presente no 4º ano do ensino fundamental até o 3º ano do ensino médio, conforme proposto na BNCC e no RCPR (Brasil, 2018; Paraná, 2018). Por estar presente em diversas etapas escolares, ele está associado a outros conceitos matemáticos, tais como, semirretas, vértice, segmento de reta, reta, ponto, polígono, poliedros, grandeza, figura geométrica plana entre outros.

O ângulo, de acordo com Gadotti (2008, p. 12), "[...] é um conceito difícil de ser aprendido e de ser ensinado, apesar de ser elementar da Geometria e aparentemente simples" (Gadotti, 2008, p. 12). De fato, outros pesquisadores brasileiros (Vieira, 2010; Fraga, 2016; Albuquerque, 2017) e não brasileiros (Balacheff, 1988; Vadcard, 2000; Casas García; Luengo Gonzáles, 2000; Mitchelmore; White, 2000) relatam que o ângulo é complexo de ser ensinado e de ser aprendido porque ele pode

ser estudado como par de semirretas de mesma origem, região, inclinação e rotação. O fato de para um mesmo objeto matemático existir uma diversidade de definições, sendo, todas corretas, o torna complexo de ser explorado no ambiente da sala de aula.

Embora exista uma diversidade de abordagem para o conceito de ângulo (par de semirretas de uma mesma origem, região, inclinação e rotação), este artigo contemplou o ângulo enquanto par de semirretas de mesma origem. Sob essa ótica, de acordo com Balacheff (1988), esse objeto geométrico é abordado como uma "[...] figura formada por duas semirretas" (p. 368). Essa discussão foi retomada por pesquisadores posteriores, tais como, Barbosa (2006), ao defender que o ângulo é "[...] a figura formada por duas semirretas com a mesma origem" (p. 29).

O trabalho com ângulo enquanto par de semirretas de uma mesma origem foi feito por meio de duas atividades. Elas foram propostas para estudantes do 5º ano do ensino fundamental. Optou-se por esse ano escolar, pois é retomado e aprofundado o estudo de ângulos retos e não retos (são todos aqueles que não são ângulos retos, por exemplo, agudo, obtuso, nulo e raso), sem o aspecto da medição da abertura de ângulo, bem como o aprofundamento das propriedades de ângulos e suas associações com outros conceitos matemáticos, tais como, o polígono e poliedros.

As mobilizações de conhecimentos feitas por esses participantes foram analisadas pela ótica da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gerárd Vergnaud. Esse aporte teórico, para Pachêco (2021, p. 2), "[...] não é uma teoria didática, porém oferece a esse campo de saber subsídios para entender de que maneira ocorre o desenvolvimento de conceitos, suas evoluções e rupturas ao longo da aprendizagem no ambiente escolar e até mesmo fora da escola".

É possível explorar o ângulo em variadas situações cotidianas, por exemplo, quina das paredes, trave de futebol entre outros. Apesar disso, Magina (1994) pontua que "Infelizmente, há poucas pesquisas explorando ângulo nesse contexto, o que implica que pouco se sabe sobre como as noções espontâneas de ângulo das crianças co-existem com o conceito formal advindo da escola" (p. 65).

Diante do exposto, o objetivo deste artigo foi identificar os invariantes operatórios mobilizados por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental quando confrontados com atividades de reconhecimento e de construção de ângulo.

A COMPLEXIDADE ENVOLVENDO O ÂNGULO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Embora o ângulo possa ser abordado por várias ideias (par de semirretas de uma mesma origem, região, inclinação e rotação) conforme proposto por Balacheff (1998), esse não é o único elemento que o torna complexo de ser ensinado e de ser aprendido no ambiente da sala de aula nas etapas do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Para Diniz e Smole (1996), o ângulo pode ser estudado por meio de dois pontos de vistas: estático e dinâmico. O primeiro, refere-se ao ângulo quando está parado no plano. O segundo, refere-se ao ângulo poder se movimentar, sem alterar suas propriedades, no plano. A alteração de posição ocorre por meio das transformações geométricas de rotação, translação e reflexão. Essas pesquisadoras defendem que é estudar esses dois pontos de vistas são importantes para a formação dos estudantes.

De acordo com Clements e Battista (1992), Balacheff (1988) e Gomes e Ralha (2005), alguns estudantes apresentam dificuldades na dissociação entre o ângulo e sua representação. Essa mobilização de conhecimento é errônea, pois a representação não possui todas as características de um ângulo, tais como, a ilimitação das semirretas.

Magina (1994) frisa a literatura apontava antes do trabalho dela que alguns estudantes apresentavam dificuldades em reconhecer ângulos retos, de ângulos agudos e de ângulos obtusos quando eles não se encontram na mesma posição que os livros didáticos. Para eles, se um ângulo mudasse de posição automaticamente essa figura geométrica plana não seria mais considerada como um ângulo.

Uma outra mobilização de conhecimento errônea por parte de estudantes, trata-se de elencarem que enquanto maior for a representação de um objeto geométrico, maior será o ângulo. Nessa abordagem, segundo Diniz e Smole (1996) e Lima (2000), os estudantes focaram nas representações das semirretas ao invés da abertura de ângulo. Outro erro é quando os estudantes associam que se a representação de um ângulo for formada por segmentos orientados que representam as semirretas com comprimentos diferentes, o ângulo é menor.

Além disso, segundo Lima e Bellemain (2010), no decorrer das etapas da Educação Básica os termos ângulo e abertura de ângulo podem ser entendido como sendo apenas um único objeto de saber geométrico. Um trabalho que não privilegia essa diferenciação pode causar possíveis transtornos de conhecimentos nos estudantes em anos escolares posteriores. O ângulo é uma figura geométrica plana (ou ainda pode ser compreendido como sendo um objeto geométrico). A abertura

de ângulo é uma grandeza geométrica associada ao ângulo, elemento esse que pode ser representado por um número seguido por uma unidade de medida.

Estudar os elementos e as propriedades dos ângulos nulo, agudo, reto, obtuso e raso) é importante para que não haja confusão quanto a forma do objeto geométrico. Cada ângulo é enquadrado em uma dessas classes a partir da abertura de ângulo. A posição de cada um deles pode ser alterada no plano. Além disso, os segmentos orientados que representam as semirretas podem adotar comprimentos curtos ou longos, sem alterar a abertura do ângulo.

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A TCC de Gérard Vergnaud tem por ênfase o desenvolvimento cognitivo cujo foco versa sobre a construção de conceitos. Para esse professor e pesquisador, o estudo de um conceito deve ocorrer a longo prazo e não deve ser reduzido apenas a sua definição. Um conceito está associado a outros conceitos, bem como a outras definições, representações, propriedades entre outros, formando um campo conceitual (Vergnaud, 1990).

Para Vergnaud (1990), um campo conceitual trata-se de um conjunto de situações e conceitos. Por isso, na TCC, é relevante o estudo de diversas situações para um mesmo conceito, e vice e versa. Nesse contexto, uma situação pode ser compreendida como sendo tarefas (atividades) nas quais os sujeitos mobilizam conhecimentos para resolvê-las.

As situações podem ser entendidas, segundo Vergnaud (1990), por meio de duas noções: 1) variedade – aborda a variedade como elemento importante para um campo conceitual; 2) história – os sujeitos utilizam seus conhecimentos prévios para responder novas atividades.

No ato de resolução de uma atividade, origina-se uma relação entre o sujeito, o sentido e a situação. É interessante enfatizar que o sentido do conceito estudado não está na situação em si ou no desenho ou na palavra ou outro elemento, mas sim na maneira que o sujeito lida com esses elementos para responder as atividades (Vergnaud, 1990).

Todos os procedimentos para resolver as atividades são denominados de esquemas (gestos, falas, escritas etc.). São nos esquemas que estão presentes os conhecimentos-em-ação dos sujeitos. Todo esquema é constituído de objetivo (o que vou fazer para chegar à resposta?); regras de ações (associação do conhecimento e sua utilização na atividade); invariantes operatórios (os conhecimentos integrados nos esquemas são denominados de teoremas-em-ação e de conceitos-em-

ação. Eles são produzidos quando o sujeito mobiliza conhecimentos para encontrar a resposta da atividade. O primeiro pode ser falso ou verdadeiro. O segundo pode ser pertinente ou não pertinente para uma dada situação).

Em uma atividade, de acordo com Vergnaud (1990, p.145), os "Conceitos e teoremas explícitos são apenas a ponta visível do iceberg da conceitualização: sem a parte oculta formada pelas invariantes operatórias, essa parte visível nada seria." (p.145). Com isso, cabe ao pesquisador criar meios (entrevistas, diálogos etc.) para compreender os elementos que não foram expressos pelo sujeito.

Neste texto, considerou-se o tripé debatido por Vergnaud, (1990): Situações (S), Invariantes operatórios (I) e Representações (R). Sendo, S – as situações que dão sentido a um determinado conceito; I, os invariantes operatórios (teorema-em-ação e conceito-em-ação); R – significantes, no qual são representações do conceito (gestos, desenhos entre outros).

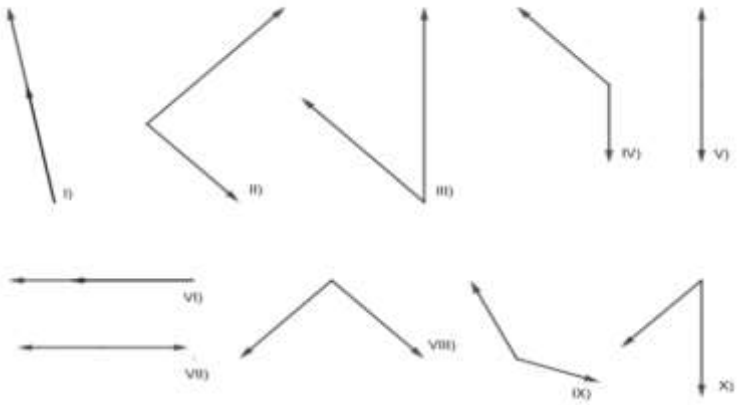
Sob o olhar do conceito de ângulo, em especial nos resultados, adotou-se que S são as situações sobre o saber ângulo, isto é, as atividades propostas para os estudantes responderem; I são as mobilizações de conhecimentos feitas pelos estudantes do 6º ano do ensino fundamental ao responderem as duas atividades acerca de reconhecimento e construção de ângulo; R são as representações propostas nas atividades e os desenhos construídos pelos estudantes enquanto repostas.

METODOLOGIA

Esta pesquisa, de caráter qualitativa (Gil, 2008), foi desenvolvida na cidade de Colombo, localizada na região do estado do Paraná, com dois estudantes do 5º ano do ensino fundamental.

Esses estudantes responderam duas atividades sobre ângulo. A atividade 1, versou sobre o reconhecimento das classes de ângulos nulo, agudo, reto, obtuso e raso.

Analise os ângulos.



Dentre o conjunto de ângulos disponibilizados, identifiquem:
a) Os ângulos agudos
b) Os ângulos nulos
c) Os ângulos obtusos
d) Os ângulos rasos
e) Os ângulos retos

:

O objetivo desta atividade foi o de averiguar se os estudantes diante de um conjunto de ângulo reconheciam as classes de cada um deles. É válido frisar que apenas o ângulo VII está em posição mais habitual, conforme exposto nos livros didáticos. Para isso, foi proposto dois ângulos nulos (I e VI), dois ângulos agudos (III e X), dois ângulos retos (II e VIII), dois ângulos obtusos (IV e IX) e dois ângulos rasos (V e VII).

A atividade 2, abordou a construção de ângulos nulo, agudo, reto, obtuso e raso. Nela, disponibilizou-se a classe de cada ângulo.

Construa:

a) Um ângulo reto.

b) Um ângulo agudo.

c) Um ângulo obtuso.

d) Um ângulo nulo.

e) Um ângulo raso.

Seu intuito foi analisar se os estudantes construíam representações de ângulos quando eram confrontados apenas com a classe de cada ângulo. Optou-se por propor apenas as classes de ângulos para verificar se os estudantes conseguiriam representar cada ângulo solicitado corretamente.

Este estudo foi desenvolvido no segundo semestre, no dia 20 de outubro de 2025. Os participantes voluntários, dirigiram-se à escola no contraturno, no qual responderam as duas atividades no período de 2 horas.

O trabalho foi realizado em dupla. Para prezar a integridade física e intelectual dos dois estudantes do 5º ano do ensino fundamental, eles foram nominados de maneira fictícia de Luan e de Vitor, e o professor de Pesquisador. As interações entre eles, e entre eles e o pesquisador, foram gravadas em áudio. Após, transcritas e, por fim, analisadas constituindo os resultados deste artigo.

As respostas dos estudantes foram analisadas pela ótica dos invariantes operatórios (teorema-em-ação e conceito-em-ação) da TCC de Gerárd Vergnaud. Em outras palavras, averiguou-se os conhecimentos mobilizados pelos participantes quando respondiam duas atividades.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados mostram as mobilizações de conhecimentos ao responderem uma atividade sobre reconhecimento de ângulo e uma atividade sobre construção de ângulo, respectivamente.

> ***[...]***
> ***Início da atividade 1***
> *[O Pesquisador faz a leitura da atividade 1 para os estudantes]*
> **Pesquisador:** Nós temos cinco tipos de ângulos: nulo, agudo, reto, obtuso e raso.
> *[Pesquisador ler novamente a atividade].*
> Então vamos lá...
> Temos aqui dez figurinhas.
> *[Estudantes iniciam o processo de resolução da atividade 1].*

A classificação dos ângulos pelos estudantes consta no Quadro 1. A partir dessas informações, notou-se erros que estão associados ao não reconhecimento dos ângulos pelo seu formato, assim como pelo nome da classe de ângulos.

Quadro 1 - Síntese dos resultados da atividade 1

	Classes de ângulos				
Estudantes	**Agudos**	**Nulos**	**Obtusos**	**Rasos**	**Retos**
Luan e Vitor	IV e X	VI e VII	III e IX	II e VIII	I e V

Fonte: Dados da pesquisa (2025)

No que se refere ao reconhecimento de ângulos agudos (item a), os estudantes acertaram ao assinalarem o ângulo que está representado pelo X. Apesar disso, o ângulo IV é classificado enquanto obtuso.

Esse resultado pode ser entendido a partir do diálogo entre os estudantes e o pesquisador.

Pesquisador: Para vocês, quais são os ângulos agudos?

Luan: Estamos pensando...
Pesquisador: O que é um ângulo agudo para vocês? Podem falar, lembram?
Vitor: Acho que é esse aqui, oh! *[Aponta para o ângulo X]*
Pesquisador: Por que o X? Só tem ele?
Vitor: Não!
Pesquisador: Então marque mais, vamos…
Luan: Só tem mais esse: IV.
[Estudantes conversam entre si. Eles falam sobre a posição da abertura dos ângulos estarem voltada à esquerda].
Pesquisador: Então para vocês, o ângulo agudo é aquele que possui a abertura sempre nessa posição? Sim?
Luan e Vitor: Sim!

Essa mobilização de conhecimento apresenta fragilidade na classificação de ângulo. Por meio desse diálogo, notou-se que eles associaram que o ângulo agudo é aquele cuja abertura de ângulo é voltada à esquerda. Todos as classes de ângulos podem assumir várias posições no plano.

Quanto às respostas do item b, os estudantes assinalaram como ângulos nulos VI e VII. O fato de os ângulos VI e VII serem aparentemente semelhantes quanto ao formato, bem como estarem na mesma posição, fez com que os estudantes os marcassem como ângulos nulos.

Pesquisador: Letra b. Assinalem os ângulos nulos.
[Estudantes conversam entre si].
Luan: Esses dois aqui: VI e VII.
Vitor: Estou confuso, mas sei que VI é um ângulo nulo.
Pesquisador: Vocês pretendem alterar algum resultado?
Luan: Não! Eles estão na mesma posição.

Nessa abordagem, eles acertaram um ângulo (VI) e erraram um ângulo (VII). Esse diálogo deixa explícito que a posição dos ângulos foi considerada para a classificação deles.

Em relação ao item c, os estudantes deveriam assinalar os ângulos obtusos. Assim como no item a, eles acertaram um ângulo (IX) e erraram um ângulo (III).

Pesquisador: Letra c
Pesquisador: Quais são os ângulos obtusos? Quais vocês marcaram?
Luan: III e o IX
Pesquisador: Por que vocês marcaram esses ângulos?
Vitor: Porque eles são…
Pesquisador: Vamos lá… Por que vocês os marcaram? Por causa dos tamanhos dos lados ou posição ou outra coisa?
[Os estudantes conversam entre si].
Vitor: Isso! Por causa da posição. Eles estão voltados para cima. *[Referindo-se que a abertura está voltada para a parte superior do plano]*
Pesquisador: Hum… outra característica?
Luan: A gente não olhou para o tamanho dos lados. O III é menor que IX.

Os estudantes mobilizaram o mesmo conhecimento do item a. Embora eles tenham acertado um ângulo obtuso, essa estratégia de resolução não é adequada para o reconhecimento de ângulos em suas classes.

De modo diferente dos itens anteriores, os estudantes assinalaram os dois ângulos errados neste item d. Conforme o Quadro 1, para eles, os ângulos retos (II e VIII) são denominados e classificados como ângulos rasos. Esse resultado mostra uma fragilidade por parte dos participantes quanto ao formato e propriedades do ângulo reto.

No item e, os estudantes deveriam assinalar os ângulos retos. Os resultados apresentam que eles marcaram um ângulo nulo (I) e um ângulo raso (V). Para melhor entendimento, o pesquisador iniciou um diálogo com a dupla.

> **Pesquisador:** Vamos lá… Letrinha e (ângulos retos). Quais foram as opções?
> **Luan:** I e V.
> **Pesquisador:** Você concorda, Vitor?
> **Vitor:** Sim!
> **Pesquisador:** Por que essas opções? Por que você acha que os desenhos são menores?
> **Vitor:** Não!
> **Pesquisador:** Por que foi?
> **Vitor:** Sim! Por causa da posição deles.

Essas respostas apresentam que para os estudantes o termo “ângulo reto” refere-se à representação de ângulo que seja semelhante a um segmento de reta e/ou uma reta, conforme as representações I e V.

Sob a ótica dos invariantes operatórios da TCC (Vergnaud, 1990), as respostas dos estudantes mostram que eles ao serem confrontados com uma atividades sobre reconhecimento de ângulo mobilizaram alguns conceitos-em-ação, por exemplo, figura geométrica plana, vértice, semirreta, segmento de reta, reta.

Nas respostas dos estudantes, notou-se a presença de um teorema-em-ação verdadeiro: o ângulo é classificado de acordo com a sua abertura de ângulo. Além disso, verificou-se um teorema-em-ação falso: o ângulo é classificado a partir de sua posição no plano e/ou dos seus tamanhos de comprimentos de semirretas. Esse resultado faz associação com o estudo de Lima (2000) e Magina (1996) no qual estudantes sentem dificuldades em ângulos em posições não habituais.

[...]

[Estudantes iniciam o processo de resolução da atividade 2. Foi entregue uma régua graduada para cada estudante, bem como uma folha de papel pautado].
[O Pesquisador faz a leitura do enunciado da atividade 2]

No item a, os estudantes deveriam construir um ângulo reto. De acordo com o protocolo da dupla, ilustrada por meio da Figura 1, o termo "ângulo reto" para eles se tratava de uma representação que se assemelhava a uma linha.

Figura 1 - Ângulo não reto



Fonte: Dados da pesquisa (2025)

Pesquisador: [Letra a]. Eu quero que vocês construam, com régua, um ângulo reto.
Luan e Vitor: *[Fazem o desenho]*
Pesquisador: Por que vocês pensaram nesse formato? Para vocês um ângulo reto é uma linha reta ou duas semirretas reunidas que partem de um ponto.
Luan: Sim, a última ou pode ser assim *[E gesticula com a mão mostrando um ângulo raso em posição horizontal]*.

Essa mobilização de conhecimento é errônea. A representação feita é associada ao ângulo raso, não ao ângulo reto. Isso mostra que os estudantes possuem dificuldades nas classes de ângulos.

No item b, os estudantes deveriam desenhar um ângulo agudo. Diferente do item a, eles construíram corretamente o ângulo.

Figura 2 - Ângulo agudo



Fonte: Dados da pesquisa (2025)

No decorrer do processo de resolução, eles mobilizaram corretamente a classe de ângulo.

No item c, os estudantes deveriam construir um ângulo obtuso. De acordo com o diálogo, eles compreendem que é o ângulo maior que o agudo (feito no item b).

> **Pesquisador**: Letrinha c (ângulo obtuso)
> ***Luan e Vitor****: [Desenham]*
> **Pesquisador**: Por que vocês acham que é um ângulo obtuso? Por causa da posição ou do tamanho dos lados?
> **Luan**: Por causa das posições e dos lados.
> **Pesquisador**: Então para você, o ângulo agudo é maior que os outros?
> **Luan**: Ele gesticula a cabeça como uma forma de dizer sim.
> **Pesquisador**: E você, Vitor?
> **Luan**: Ele também gesticula a cabeça.

Essa mobilização de conhecimento permitiu aos estudantes construírem corretamente um ângulo obtuso, conforme mostra a Figura 3.

Figura 3 - Ângulo obtuso



Fonte: Dados da pesquisa (2025)

Nos dois últimos itens, d e e, os estudantes deveriam construir um ângulo nulo e um ângulo raso, respectivamente. Apesar disso, as duas construções foram equivocadas, ou seja, eles desenharam um ângulo raso ao invés de um ângulo nulo, e assim vice e versa. A mobilização desse tipo de conhecimento, conforme ocorreu na atividade 1, mostra que os estudantes da pesquisa não sabem lidar efetivamente com todas as classes de ângulo, em especial, os ângulos nulo e raso.

No diálogo a seguir entre os estudantes e o pesquisador evidencia uma certa dificuldade dos estudantes quanto a construção dos ângulos raso e nulo.

> ***/.../***
> **Pesquisador**: Letra d (ângulo nulo).
> **Luan**: Não sei.. não gosto de matemática.

Pesquisador: Você deve saber o que é um ângulo nulo, pois estudou no ano passado e neste ano.
Luan: Tem o formato de linhas retas.
Pesquisador: Uma sobre a outra ou em sentidos opostos?
Vitor: Sentidos opostos.
[...]
Pesquisador: Letra e (um ângulo raso).
Luan: Essa aqui é a última?
Pesquisador: Última letra da segunda atividade.
Pesquisador: Letra e (ângulo raso).
Luan: Pode repetir?
Pesquisador: Você acha que o ângulo raso tem o mesmo formato dos que você já fez?
Luan: Eu esqueci…. esqueci...
Pesquisador: E você, Vitor?
Vitor: Penso que é um desenho que tem os lados um sobre o outro *[Referindo-se ao ângulo nulo]*.
Luan: Porque ele tem linhas retas… é um ângulo raso.
Pesquisador: Você acha que ângulo raso está sempre nessa posição?
Luan: Sim.
Vitor: Sim.

Esse diálogo mostra uma confusão na classe de ângulo nulo e raso. Para eles, a representação, que é um aspecto visual, é um dos fatores que causam a confusão.

De modo geral, os resultados apresentam que os estudantes confundem as classes dos ângulos. Além disso, sob a ótica da TCC (Vergnaud, 1990), eles mobilizaram alguns conceitos-em-ação: semirreta, reta, segmento de reta, ponto, vértice, figura geométrica plana, por exemplo. Enquanto teorema-em-ação falso, têm-se: uma representação de ângulo pode estar associada a qualquer uma das classes de ângulo. Enquanto teorema-em-ação verdadeiro, tem-se: o ângulo é classificado de acordo com a sua abertura de ângulo.

Diante do exposto, os resultados corroboram que o ângulo é um saber complexo. Essa realidade é exposta na literatura, conforme apresenta Balacheff (1988), Magina (1996), Lima (2000), Vadcard (2000), Gadotti (2008), Fraga (2016), Albuquerque (2017).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo teve o objetivo de identificar os invariantes operatórios mobilizados por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental quando confrontados com atividades de reconhecimento e de construção de ângulo.

Os resultados apresentam que os estudantes do 5º ano do ensino fundamental, participantes voluntários, estão em progresso quanto ao reconhecimento de ângulos e construção de ângulos quando se é disponibilizada apenas a sua classificação.

No decorrer das resoluções das duas atividades, sob a ótica da TCC (Vergnaud, 1990), os estudantes além do conceito de ângulo também mobilizaram outros conceitos: semirreta, reta, segmento de reta, ponto, vértice, figura geométrica plana, por exemplo. Esses conceitos-em-ação foram pertinentes nas atividades.

Em relação aos teoremas-em-ação (verdadeiros e falsos), eles estão associados as respostas certas e erradas das atividades. Os teoremas-em-ação verdadeiros voltaram-se para a noção de abertura de ângulo, uma vez que é esse elemento que permite a classificação e construção de um ângulo. Os teoremas-em-ação falsos estão associados a confusão entre: a) ângulo e sua representação, ou seja, os estudantes classificaram erroneamente os ângulos e/ou desenharam errado o ângulo pedido em cada item; b) ângulo e grandeza, isto é, eles mobilizaram o conhecimento de que o ângulo quando não está em posição habitual (a mais frequente no livro didático) pode ser classificado em qualquer classe desse objeto de saber.

Diante do exposto, sugere-se que outros estudos investiguem os conhecimentos sobre ângulos de professores que lecionam matemática da educação básica. Essa pesquisa permitiria conhecer, mesmo que de maneira micro, os conhecimentos de ângulo de profissionais que conduzem às crianças à aprendizagem e à reflexão diariamente no ambiente da sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, I. A. C. **O CONCEITO DE ÂNGULO:** reflexões com estudantes ingressantes no curso de licenciatura em matemática. 2017. 165, f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2017.

BALACHEFF, N. **Une étude des processus de preuve en mathématiques chez des élèves de Collège**. Grenoble: Université Joseph Fourier et Institut National Polytechnique. 1988.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana:** coleção professor de Matemática. Fortaleza: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. p. 600.

CASAS GARCÍA, L; LUENGO GONZÁLES, R. Conceptos nucleares en la construcción del concepto de ángulo. **ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS**, 2005, 23 (2), 201 – 216.

CLEMENTS, D. H. E BATTISTA, M. T. Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grows (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning**, New York: MacMillan, 1992, pp.420-464.

DINIZ, M. I; SMOLE, K. C. **O conceito de ângulo e o ensino de geometria**. 1 ª ed. São Paulo, SP: CAEM/IME – USP, 2008.

FRAGA, M. A. **Significação do ângulo:** indícios do conceito em atividades de localização. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016.

GADOTTI, M. F. **Definições matemáticas do conceito de ângulo:** influências da história, do movimento da matemática moderna e das produções didáticas nas concepções dos docentes. 2008. 135 f.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOMES, A.; RALHA, E. O Conceito de ÂNGULO: experiências e reflexões sobre o conhecimento matemático de (futuros) professores do 1.º ciclo. **Quadrante**, Vol. 14, Nº 1, p. 109-131, 2005.

LIMA, I. M. S. **A construção do conceito de ângulo no terceiro ciclo do Ensino Fundamental:** um estudo de dificuldades de aprendizagem nos ambientes papel/lápis e Cabri - géomètre. 2000. 177 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2000.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P.M.B. Grandezas e medidas In: CARVALHO, J.B.P.F. **Coleção Explorando o Ensino:** Matemática, v. 17. Brasília, MEC, 2010, p. 167 - 200.

MAGINA, S. **Como as crianças entendem a noção de rotação/ângulo**. In: *Em Aberto,* ano 14, n.º 62, p. 62-73. Brasília, 1994.

MITCHELMORE, M. C.; WHITE, P. Development of angle concepts by progressive abstraction and generalisation. **Educational Studies in Mathematics**, v. 41, n. 3, p. 209 - 238, 2000.

PACHÊCO, F. F. F. **SITUAÇÕES PARA A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE ÂNGULO:** um estudo sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais. In: XXV EBRAPEM, Campina Grande, 2021.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação e do Esporte do. **Referencial Curricular do Paraná: Princípios, Direitos e Orientações**. Curitiba: SEED/PR.

VADCARD, L. **Etude de la notion d'angle sous le point de vue des conceptions**. 2000. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) - Université Joseph Fourier, Grenoble I, França, 2000.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. Recherche en Didactique des Mathématiques. **Grenoble: La Pensée Sauvage**, vol. 10, n. 2.3, pp. 133 a 170, 1990.

VIEIRA, K. M. **O ensino do conceito de ângulos:** limites e possibilidades. 2010. 152. f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática), Centro de Ciências e Tecnologias, Universidade Estadual da Paraíba, 2010.